

¡MÉTICA



¡Full CEPRES!  
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL  
**ARODO**

10

Máximo común divisor -

Mínimo común múltiplo

Teoría y Práctica

ARI



1



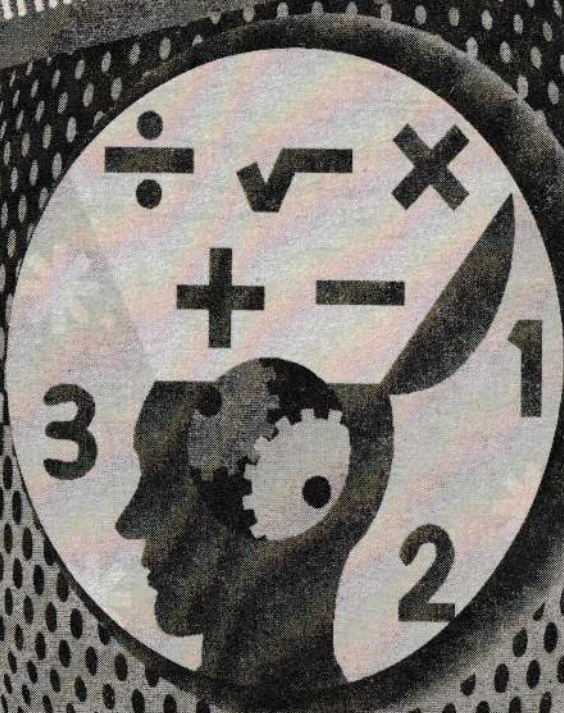
10

Máximo común divisor -

Mínimo común múltiplo

Teoría y Práctica

ARITMÉTICA



¡Full CEPRES!  
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamaní

FONDO EDITORIAL  
ARODO



## PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

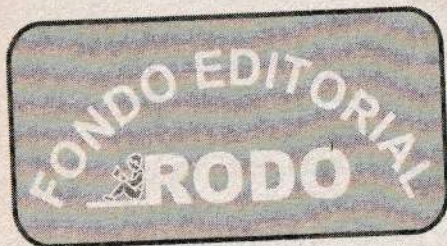
Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ARITMETICA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

**Fondo Editorial RODO**  
**De: Walter Z. Benítez Nuñez.**

# **MÁXIMO COMÚN DIVISOR MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO**



## **ARITMÉTICA- TEMA SELECTO 10, 1ra Edición**

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

**DERECHOS RESERVADOS © Febrero 2014 por**

**FONDO EDITORIAL RODO**

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

**Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú  
N°: 2014-03004**

## **EQUIPO PEDAGÓGICO**

Jimmy H. García Chumán

Eddy F. Huamaní Vargas

## **DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS**

José Miguel Gallo Ballena

## **IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ**

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S.A.C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

## ESTUDIO DEL MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS POSITIVOS

### MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D.)

Dado un conjunto de números enteros positivos, su M.C.D. es aquel número entero positivo que cumple dos condiciones;

- 1) Es un divisor común de dicho conjunto de números.
- 2) Es el mayor de los divisores comunes.

**Ejemplo:** Sean los números  $\mathbb{Z}^+$ : 18 y 24

| $\mathbb{Z}^+$ | divisores $\mathbb{Z}^+$ |
|----------------|--------------------------|
| 18             | 1; 2; 3; 6; 9; 18        |
| 24             | 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24 |

Divisores comunes de 18 y 24: 1; 2; 3; 6  
Mayor divisor común: 6

$$\therefore \text{MCD}(18; 24) = 6$$

### OBSERVACIONES

- 1) Dado un conjunto de números  $\mathbb{Z}^+$ , cualquiera de ellos es múltiplo de su MCD.

**Del ejemplo:**

$$18 = 6(3) \rightarrow 18 = 6^{\circ}$$

$$24 = 6(4) \rightarrow 24 = 6^{\circ}$$

- 2) Los divisores comunes de un conjunto de números son también los divisores del MCD de dichos números.

**Del ejemplo:**

|                 | divisores $\mathbb{Z}^+$ |
|-----------------|--------------------------|
| MCD(18; 24) = 6 | 1; 2; 3; 6               |

De lo anterior se cumple que:

$$[\text{CD}_{\text{Comunes de A y B}}] = [\text{CD}_{\text{MCD(A; B)}}]$$

**Ejemplo:** Si el MCD de A y B es 360. ¿Cuántos divisores comunes tienen A y B?

**Resolución:** Nos piden :  $[\text{CD}_{\text{Comunes de A y B}}] = [\text{CD}_{\text{MCD(A; B)}}]$

Por dato :  $\text{MCD(A; B)} = 360$

$$\text{MCD(A; B)} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \dots (\text{DC})$$

$$\therefore [\text{CD}_{\text{MCD(A; B)}}] = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

**MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (M.C.M.)**

Dado un conjunto de números enteros positivos, su M.C.M. es aquel número entero positivo que cumple dos condiciones

- 1) Es un múltiplo común de dicho conjunto de números.
- 2) Es el menor de los múltiplos comunes.

**Ejemplo:** Sean los números  $\mathbb{Z}^+$ : 18 y 24

| $\mathbb{Z}^+$ | múltiplos $\mathbb{Z}^+$                                    |
|----------------|-------------------------------------------------------------|
| 18             | 18; 36; 54; 72; 90; 108; 126; 144; 162; 180; 198; 216; ...  |
| 24             | 24; 48; 72; 96; 120; 144; 168; 192; 216; 240; 264; 288; ... |

- Múltiplos comunes de 18 y 24: 72; 144; 216; ...
- Menor múltiplo común: 72

$$\therefore \text{MCM}(18; 24) = 72$$

**OBSERVACIONES**

- 1) Dado un conjunto de números  $\mathbb{Z}^+$ , cualquiera de ellos es divisor de su MCM.

**Del ejemplo:**

$$72 = 18(4) \rightarrow 72 = 18^0$$

$$72 = 24(3) \rightarrow 72 = 24^0$$

- 2) Los múltiplos comunes de un conjunto de números son también los múltiplos del MCM de dichos números.

**Del ejemplo:**

|                           | múltiplos $\mathbb{Z}^+$ |
|---------------------------|--------------------------|
| $\text{MCM}(18; 24) = 72$ | 72; 144; 216; ...        |

De lo anterior se cumple que:

$$[\text{Múltiplos comunes de A y B}] = \overline{\text{MCM}(A; B)}^0$$

**Ejemplo:** Calcule cuántos múltiplos comunes tienen 12 y 18 entre 396 y 540

**Resolución:** Nos piden:  $[\text{Múltiplos comunes de 12 y 18}] = \overline{\text{MCM}(12; 18)}^0 = 36^0 = 36k$

Por dato:

$$396 < 36k < 540$$

$$11 < k < 15$$

$$k: 12; 13; 14$$

3 valores

$$\therefore \text{Hay 3 múltiplos comunes de 12 y 18 entre 396 y 540}$$

## MÉTODOS PARA CALCULAR EL MCD Y EL MCM

## I. POR DESCOMPOSICIÓN SIMULTÁNEA

## PARA EL MCD

Se extraen de los números los factores comunes hasta obtener números PE.S.I. El producto de los factores extraídos es el MCD de dichos números.

**Ejemplo:** Calculemos el MCD de los números 192; 240 y 360

|     |     |     |   |
|-----|-----|-----|---|
| 192 | 240 | 360 | 2 |
| 96  | 120 | 180 | 2 |
| 48  | 60  | 90  | 2 |
| 24  | 30  | 45  | 3 |
| 8   | 10  | 15  |   |

PE.S.I.

**Observación:**

$$\begin{aligned} 192 &= 24 \cdot 8 \\ 240 &= 24 \cdot 10 \\ 360 &= 24 \cdot 15 \end{aligned} \rightarrow \text{PE.S.I.}$$

En general; si:

$$\text{MCD}(A; B; C) = d$$

$$\begin{aligned} A &= d \times p \\ B &= d \times q \\ C &= d \times r \end{aligned} \rightarrow \text{PE.S.I.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{MCD}(192; 240; 360) &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ &= 2^3 \times 3 = 24 \end{aligned}$$

## PARA EL MCM

Se extraen de los números los factores comunes y no comunes hasta que cada número se reduzca a la unidad. El producto de los factores extraídos es el MCM de dichos números.

**Ejemplo:** Calculemos el MCM de los números 192; 240 y 360

|     |     |     |   |
|-----|-----|-----|---|
| 192 | 240 | 360 | 2 |
| 96  | 120 | 180 | 2 |
| 48  | 60  | 90  | 2 |
| 24  | 30  | 45  | 3 |
| 8   | 10  | 15  | 2 |
| 4   | 5   | 15  | 2 |
| 2   | 5   | 15  | 2 |
| 1   | 5   | 15  | 3 |
| 1   | 5   | 5   | 5 |
| 1   | 1   | 1   |   |

**Observación:**

$$\begin{aligned} 2880 &= 192 \times 15 \\ 2880 &= 240 \times 12 \\ 2880 &= 360 \times 8 \end{aligned} \rightarrow \text{PE.S.I.}$$

En general; si:

$$\text{MCM}(A; B; C) = m$$

$$\begin{aligned} m &= A \times p \\ m &= B \times q \\ m &= C \times r \end{aligned} \rightarrow \text{PE.S.I.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{MCM}(192; 240; 360) &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ &= 2^6 \times 3^2 \times 5 = 2880 \end{aligned}$$

## II. POR DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA

## PARA EL MCD

El MCD de un conjunto de números descompuestos canónicamente está dado por el producto de sus factores primos comunes elevados cada uno de ellos a su menor exponente.

**Ejemplo:** Calculemos el MCD de los números:

$$A = 2^6 \times 3^2 \times 5^4 \times 7^3$$

$$B = 2^3 \times 3^4 \times 5^6 \times 11^1$$

$$C = 2^5 \times 3^3 \times 5^3 \times 13^2$$

$$\therefore \text{MCD}(A; B; C) = 2^3 \times 3^2 \times 5^3$$

## PARA EL MCM

El MCM de un conjunto de números descompuestos canónicamente está dado por el producto de sus factores primos comunes y no comunes elevados cada uno de ellos a su mayor exponente.

**Ejemplo:** Calculemos el MCM de los números:

$$A = 2^6 \times 3^2 \times 5^4 \times 7^3$$

$$B = 2^3 \times 3^4 \times 5^6 \times 11^1$$

$$C = 2^5 \times 3^3 \times 5^3 \times 13^2$$

$$\therefore \text{MCM}(A; B; C) = 2^6 \times 3^4 \times 5^6 \times 7^3 \times 11^1 \times 13^2$$

## III. POR DIVISIONES SUCESIVAS (ALGORITMO DE EUCLIDES)

Se utiliza en forma directa para la obtención del MCD de dos números  $\mathbb{Z}^+$ .

**Propiedad:** Dada la división inexacta:

$$\begin{array}{r} D \quad d \\ r \quad q \end{array}$$

Se cumple:

$$\text{MCD}(D; d) = \text{MCD}(d; r)$$

**Ejemplo:** Calculemos el MCD de 403 y 91 por el métodos de las divisiones sucesivas.

$$\begin{array}{r} 403 \quad 91 \\ 39 \quad 4 \end{array} \Rightarrow \text{MCD}(403; 91) = \text{MCD}(91; 39)$$

$$\begin{array}{r} 91 \quad 39 \\ 13 \quad 2 \end{array} \Rightarrow \text{MCD}(91; 39) = \text{MCD}(39; 13)$$

$$\begin{array}{r} 39 \quad 13 \\ 0 \quad 3 \end{array} \Rightarrow \text{MCD}(39; 13) = 13$$

El proceso termina cuando la división es exacta, luego, ordenamos en un esquema las divisiones anteriores:

|                           |    |    |    |
|---------------------------|----|----|----|
| coeficientes<br>sucesivos | 4  | 2  | 3  |
| 403                       | 91 | 39 | 13 |
| residuos<br>sucesivos     | 39 | 13 | 0  |

⇒  $MCD(403; 91) = 13$

A este esquema se le conoce con el nombre del ALGORITMO DE EUCLIDES ó divisiones sucesivas, donde las divisiones se pueden realizar por defecto, por exceso o una combinación de ambas, sin alterar el MCD de un conjunto de números.

**Ejemplo:** Calculemos el MCD de 403 y 91 efectuando las divisiones por exceso:

$$\begin{array}{r} 403 \overline{) 91} \\ 52 \quad 5 \end{array} \quad \Rightarrow \quad MCD(403; 91) = MCD(91; 52)$$

$$\begin{array}{r} 91 \overline{) 52} \\ 13 \quad 2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad MCD(91; 52) = MCD(52; 13)$$

$$\begin{array}{r} 52 \overline{) 13} \\ 0 \quad 4 \end{array} \quad \Rightarrow \quad MCD(52; 13) = 13$$

En el esquema:

|                           |    |    |    |
|---------------------------|----|----|----|
| coeficientes<br>sucesivos | 5  | 2  | 4  |
| 403                       | 91 | 52 | 13 |
| residuos<br>sucesivos     | 52 | 13 | 0  |

⇒  $MCD(403; 91) = 13$

**Del ejemplo anterior:** Consideremos la segunda división por exceso:

$$\begin{array}{r} 403 \overline{) 91} \\ 39 \quad 4 \end{array} \quad \Rightarrow \quad MCD(403; 91) = MCD(91; 39)$$

Por exceso:  $\begin{array}{r} 91 \overline{) 39} \\ 26 \quad 3 \end{array} \quad \Rightarrow \quad MCD(91; 39) = MCD(39; 26)$

$$\begin{array}{r} 39 \overline{) 26} \\ 13 \quad 1 \end{array} \quad \Rightarrow \quad MCD(39; 26) = MCD(26; 13)$$

$$\begin{array}{r} 26 \overline{) 13} \\ 0 \quad 2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad MCD(26; 13) = 13$$

En el esquema:

|           |     |            |    |    |    |
|-----------|-----|------------|----|----|----|
|           |     | por exceso |    |    |    |
| divisor   |     | 4          | 3  | 1  | 2  |
| dividendo | 403 | 91         | 39 | 26 | 13 |
| residuo   |     | 39         | 26 | 13 | 0  |
| divisor   |     |            |    |    |    |

⇒  $\text{MCD}(403; 91) = 13$

En general:

|         |       |       |       |       |           |           |                                |
|---------|-------|-------|-------|-------|-----------|-----------|--------------------------------|
|         | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | ...   | $q_{n-1}$ | $q_n$     |                                |
| A       | B     | $r_1$ | $r_2$ | ...   | $r_{n-2}$ | $r_{n-1}$ | ⇒ $\text{MCD}(A; B) = r_{n-1}$ |
| residuo |       | $r_1$ | $r_2$ | $r_3$ | ...       | $r_{n-1}$ | 0                              |

**Aplicación 1:** El MCD de los números  $72k$ ;  $96k$  y  $120k$  es  $840$ . Determine el menor de los números.

**Resolución:** Hallando el MCD por descomposición simultánea:

|       |       |        |     |
|-------|-------|--------|-----|
| $72k$ | $96k$ | $120k$ | $k$ |
| 72    | 96    | 120    | 8   |
| 9     | 12    | 15     | 3   |
| (3)   | (4)   | (5)    |     |

PESI

$$\text{MCD}(72k; 96k; 120k) = 24k$$

Por dato:

$$840 = 24k$$

$$35 = k$$

∴ El menor número es:

$$72k = 72(35) = 2520$$

**Aplicación 2:** Sabiendo que:

$$A = 4^3 \times 9^5 \times 5^7 \times 49$$

$$B = 16^2 \times 27^3 \times 125 \times 11$$

$$\text{MCM}(A; B) = 2^x \times 3^y \times 5^w \times 7^z \times 11$$

Halle:  $x + y + w + z$

**Resolución:** Primero haremos la D.C. de los números:

$$A = (2^2)^3 \times (3^2)^5 \times 5^7 \times 7^2$$

$$A = 2^6 \times 3^{10} \times 5^7 \times 7^2 \quad \dots (DC)$$

$$B = (2^4)^2 \times (3^3)^3 \times 5^3 \times 11$$

$$B = 2^8 \times 3^9 \times 5^3 \times 11^1 \quad \dots (DC)$$

Calculando el MCM:

$$\text{MCM}(A; B) = 2^8 \times 3^{10} \times 5^7 \times 7^2 \times 11^1$$

Por dato:  $2^x \times 3^y \times 5^w \times 7^z \times 11 = 2^8 \times 3^{10} \times 5^7 \times 7^2 \times 11^1$

$$\Rightarrow x + y + w + z = 8 + 10 + 7 + 2$$

$$\therefore x + y + w + z = 27$$

**Aplicación 3:** Al determinar el MCD de 2 números mediante el algoritmo de Euclides se obtiene como cocientes sucesivos 2; 3; 4 y 5. Si la suma de los números es 900, calcule la suma de los residuos sucesivos.

**Resolución:** Sean los números: A y B

Llamemos al MCD(A; B) = d

Reconstruyendo el esquema del Algoritmo de Euclides:

|          | 2       | 3   | 4  | 5 |
|----------|---------|-----|----|---|
| A = 157d | B = 68d | 21d | 5d | d |
|          | 21d     | 5d  | d  | 0 |

Por dato:  $A + B = 900$

$$157d + 68d = 900$$

$$225d = 900$$

$$\boxed{d = 4}$$

Luego, hallemos la suma de los residuos:

$$\therefore 21d + 5d + d = 27d = 27(4) = 108$$

**PROPIEDADES**

- 1) Dados dos números A y B; si:  $A = B^0$

$$\rightarrow \text{MCD}(A; B) = B$$

$$\rightarrow \text{MCM}(A; B) = A$$

**Ejemplos:** i)  $14 = 7^0 \rightarrow \text{MCD}(14; 7) = 7$   
 $\rightarrow \text{MCM}(14; 7) = 14$

ii)  $30! = 25!^0 \rightarrow \text{MCD}(30!; 25!) = 25!$   
 $\rightarrow \text{MCM}(30!; 25!) = 30!$

**OBSERVACIÓN**

Dado un conjunto de factoriales el MCD es el menor factorial y el MCM es el mayor factorial.

- 2) Si: A y B son PESI

$$\rightarrow \text{MCD}(A; B) = 1$$

$$\rightarrow \text{MCM}(A; B) = A \times B$$

**Ejemplo:** 8 y 15 son PESI  $\rightarrow \text{MCD}(8; 15) = 1$   
 $\rightarrow \text{MCM}(8; 15) = 8 \times 15 = 120$

**OBSERVACIÓN**

Para un conjunto de más de dos números PESI:

**Ejemplos:** i)  $\text{MCD}(20; 12; 21) = 1$



$$\text{MCM}(20; 12; 21) = 420 \neq 20 \times 12 \times 21$$

ii)  $\text{MCD}(16; 19; 25) = 1$



$$\text{MCM}(16; 19; 25) = 7600 = 16 \times 19 \times 25$$

**Conclusión:** Para un conjunto de más de dos números PESI; el MCD de ellos es 1 pero el MCM no necesariamente es el producto de dichos números (salvo que los números sean PESI 2 a 2)

- 3) Si a varios números se les multiplica o divide por un mismo número entero positivo, entonces el MCD y MCM de dichos números queda multiplicado o dividido por dicho número entero positivo.

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \text{MCD}(A; B; C) = d &\rightarrow \begin{cases} \bullet \quad \text{MCD}(A \times k; B \times k; C \times k) = d \times k \\ \bullet \quad \text{MCD}\left(\frac{A}{k}; \frac{B}{k}; \frac{C}{k}\right) = \frac{d}{k} \\ \bullet \quad \text{MCD}(A^k, B^k, C^k) = d^k \end{cases} \\
 \bullet \quad \text{MCM}(A; B; C) = m &\rightarrow \begin{cases} \bullet \quad \text{MCM}(A \times k; B \times k; C \times k) = m \times k \\ \bullet \quad \text{MCM}\left(\frac{A}{k}; \frac{B}{k}; \frac{C}{k}\right) = \frac{m}{k} \\ \bullet \quad \text{MCM}(A^k, B^k, C^k) = m^k \end{cases}
 \end{aligned}$$

Donde:  $k \in \mathbb{Z}^+$

**Ejemplos:** i)  $\text{MCD}(18; 30; 48) = 6$

Multipliquemos por 2 a cada uno de los números y calculemos el MCD:

$$\text{MCD}(18 \times 2; 30 \times 2; 48 \times 2) = 6 \times 2$$

$$\therefore \text{MCD}(36; 60; 96) = 12$$

ii)  $\text{MCM}(18; 30; 48) = 720$

Dividamos entre 6 a cada uno de los números y calculemos el MCM:

$$\text{MCM}\left(\frac{18}{6}; \frac{30}{6}; \frac{48}{6}\right) = \frac{720}{6}$$

$$\therefore \text{MCM}(3; 5; 8) = 120$$

- 4) El MCD de un conjunto de números no varía si a dos o más de ellos se les reemplaza por su MCD.

Sea:  $\text{MCD}(A; B; C; D) = d$

$$\rightarrow \text{MCD}[\text{MCD}(A; B); \text{MCD}(C; D)] = d$$

$$\rightarrow \text{MCD}[\text{MCD}(A; B; C); D] = d$$

**Ejemplo:**  $\text{MCD}(12; 18; 30; 60) = 6$

$$\rightarrow \text{MCD}[\text{MCD}(12; 18); \text{MCD}(30; 60)] = \text{MCD}[6; 30] = 6$$

$$\rightarrow \text{MCD}[\text{MCD}(12; 18; 30); 60] = \text{MCD}[6; 60] = 6$$

**BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 10**

El MCM de un conjunto de números no varía si a dos o más de ellos se les reemplaza por su MCM.

Sea:  $\text{MCM}(A; B; C; D) = m$

$$\rightarrow \text{MCM}[\text{MCM}(A; B); \text{MCM}(C; D)] = m$$

$$\rightarrow \text{MCM}[\text{MCM}(A; B; C); D] = m$$

**Ejemplo:**

$$\text{MCM}(12; 18; 30; 60) = 180$$

$$\rightarrow \text{MCM}[\text{MCM}(12; 18); \text{MCM}(30; 60)] = \text{MCM}[36; 60] = 180$$

$$\rightarrow \text{MCM}[\text{MCM}(12; 18; 30); 60] = \text{MCM}[180; 60] = 180$$

**5) Dados 2 números A y B**

Si:

$$\text{MCD}(A; B) = d$$

$$\rightarrow A = dp$$

$$\rightarrow B = dq$$

donde p y q son PESI

Calculemos el MCM de A y B:

$$\text{MCM}(A; B) = \text{MCD}(dp; dq) = d \times p \times q$$

Multipliquemos los números A y B:

$$A \times B = dp \times dq = d \times dpq = \text{MCD}(A; B) \times \text{MCM}(A; B)$$

**6) Dados los numerales de cifras máximas:**

$$A = \underbrace{(n-1)(n-1)(n-1)\dots(n-1)}_{a \text{ cifras}}_{(n)} = n^a - 1$$

$$B = \underbrace{(n-1)(n-1)(n-1)\dots(n-1)}_{b \text{ cifras}}_{(n)} = n^b - 1$$

$$C = \underbrace{(n-1)(n-1)(n-1)\dots(n-1)}_{c \text{ cifras}}_{(n)} = n^c - 1$$

Se cumple:

$$\text{MCD}(A; B; C) = n^{\text{MCD}(a; b; c)} - 1$$

**Aplicación 4:** Sabiendo que:

- $A = 12B$
- $MCM(A; B) + MCD(A; B) = 780$

Calcule el valor de  $A - B$ **Resolución:**

$$A = 12B \rightarrow A = \overset{0}{B}$$

Luego:

$$MCM(A; B) + MCD(A; B) = 780$$

$$A + B = 780$$

$$12B + B = 780$$

$$\boxed{B = 60}$$

$$\therefore A - B = 11B = 660$$

**Aplicación 5:** Calcule el valor de  $k$ ; si:

$$MCD(7A; 7B) = 84k \quad y$$

$$MCD(A; B) = 17k - 40$$

**Resolución:**

$$MCD(7A; 7B) = 84k$$

$$\rightarrow MCD(A; B) = 12k$$

Por dato:

$$17k - 40 = 12k$$

$$\therefore k = 8$$

**Aplicación 6:** Si el MCD de  $24A$  y  $64B$  es  $720$  y el MCD de  $64A$  y  $24B$  es  $480$ ; calcule el MCD de  $A$  y  $B$ .**Resolución:**

$$MCD(24A; 64B) = 720$$

$$\rightarrow MCD(3A; 8B) = 90 \dots\dots\dots(1)$$

$$MCD(64A; 24B) = 480$$

$$\rightarrow MCD(8A; 3B) = 60 \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{De (1) y (2):} \quad MCD(3A; 8A; 8B; 3B) = MCD(90; 60)$$

$$MCD[MCD(3A; 8A); MCD(8B; 3B)] = 30$$

$$\therefore MCD(A; B) = 30$$

**BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 10**

**Aplicación 7:** Si el producto de dos números es 245 y su MCM es cinco veces su MCD. Calcule la diferencia de los números.

**Resolución:** Sean los números: A y B

$$\text{Si:} \quad \text{MCD}(A; B) = d \rightarrow \text{MCM}(A; B) = dpq \quad ; \quad (p \text{ y } q \text{ son PESI})$$

$$\begin{aligned} \text{Del dato:} \quad \text{MCM}(A; B) &= 5 \times \text{MCD}(A; B) \\ d \times p \times q &= 5 \times d \\ p \times q &= 5 \\ 5 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{También:} \quad A \times B &= 245 \\ (d \times 5) \times (d \times 1) &= 245 \rightarrow d = 7 \end{aligned}$$

$$\text{Luego:} \quad A = 7 \times 5 = 35 \quad \wedge \quad B = 7 \times 1 = 7$$

$$\therefore A - B = 28$$

**Aplicación 8:** Si A es un número de 54 cifras máximas y B es el máximo numeral de 72 cifras; calcule la suma de cifras del MCD de A y B.

$$\text{Resolución:} \quad A = 999 \dots 9 = 10^{54} - 1$$

$$B = 999 \dots 9 = 10^{72} - 1$$

$$\text{MCD}(A; B) = 10^{\text{MCD}(54; 72)} - 1$$

$$\text{MCD}(A; B) = 10^{18} - 1$$

$$\text{MCD}(A; B) = 999 \dots 9$$

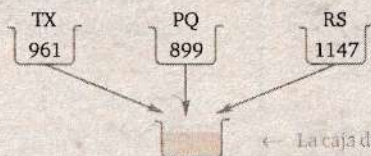
$$\therefore \Sigma \text{ cifras del MCD}(A; B) \text{ es } 18 \times 9 = 162$$

# **REGLA DE STURM PARA EL CÁLCULO DEL MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE VARIOS NÚMEROS**

## **EJEMPLO:**

Se tiene 961; 899 y 1147 tuercas de los modelos TX; PQ y RS respectivamente.  
¿Cuántas cajas como mínimo se deben utilizar para envasar todas las tuercas?

## **RESOLUCIÓN:**



La caja debe contener X tuercas, además X debe ser divisor de 961; 899 y 1147 a la vez debe ser máximo para usar el menor número de cajas.

$$X = \text{MCD}(961; 899; 1147)$$

No es tan evidente los divisores que estos números comparten, en este caso la regla de Sturm nos permitirá conocer el MCD. El procedimiento es el siguiente.

El menor número (899) se ubica debajo de una horizontal, luego se resta de los otros números; después dichas diferencias se multiplican por algunos números de tal modo que los productos se aproximan a las otras cantidades.

|          |                                                  |   |                      |   |                     |          |
|----------|--------------------------------------------------|---|----------------------|---|---------------------|----------|
| Restamos | 961                                              | - | 899                  | - | 1147                | Restamos |
|          | 899                                              |   | ↓                    |   | 899                 |          |
|          | 62                                               |   | 899                  |   | 248                 |          |
|          | ↓                                                |   | $62 \times 14 = 868$ |   | $62 \times 4 = 248$ |          |
|          | 62                                               |   | 31                   |   | 0                   |          |
|          | 62 = 31 \times 2                                 |   | ↓                    |   |                     |          |
|          | 0                                                |   | 31                   |   | 0                   |          |
|          | $\therefore \text{MCD}(961; 899; 1147) = 31 = X$ |   |                      |   |                     |          |

Luego el número de cajas será:

|      |                   |
|------|-------------------|
| 931  |                   |
| 31   |                   |
| 899  |                   |
| 31   | 31 + 29 + 37 = 97 |
| 1147 |                   |
| 31   |                   |

## PROBLEMAS RESUELTOS

1. Dos enteros positivos  $a$  y  $b$  están en la misma razón que 12 y 16. El máximo común divisor de ellos es 24. El valor de  $a+b$  es:
- A) 252      B) 140      C) 196  
D) 112      E) 168
2. Si:  $10^n \cdot 15^{2n+1}$  y  $15^n \cdot 10^{2n}$  tiene 325 divisores comunes, calcule el valor de " $n$ ".
- A) 2      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 6
3. Si se sabe que:  
 $\text{MCM}(\overline{pa4b}; \overline{4b2a}) = 72$ , calcule el valor de  $(p+a+b)$ .
- A) 11      B) 12      C) 13  
D) 14      E) 15
4. ¿Cuántos pares de números enteros tienen como MCD a 18, si la suma de ellos es 144?
- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5
5. Calcular el valor de " $k$ ", si:  
 $\text{MCD}(7A; 7B) = 84k$  y  
 $\text{MCD}(A; B) = 17k - 40$
- A) 4      B) 6      C) 8  
D) 10      E) 12
6. Si:  $A$  es un numeral de 36 cifras máximas y  $B$  es el máximo numeral de 54 cifras, calcule la suma de las cifras de su MCD.
- A) 162      B) 144      C) 180  
D) 132      E) 90
7. Sabiendo que:  
 $\text{MCD}(12n; 18p) = 36m$  y  
 $\text{MCD}(6p; 54q) = 18m$   
y además  $\text{MCD}(2n; 3p; 27q) = 24$   
Calcule el valor de " $m$ ".
- A) 2      B) 4      C) 6  
D) 8      E) 10
8. Al calcular el MCD de 2 números mediante el algoritmo de Euclides se obtuvieron como cocientes sucesivos: 4; 5; 2; 3. Si la diferencia de los números es 3 630, calcule el mayor de los números.
- A) 4 200      B) 4 280      C) 4 640  
D) 4 770      E) 4 800
9. Al calcular el MCD de dos números mediante el algoritmo de Euclides se observó que el primer y segundo residuo fueron 152 y 48; el segundo cociente fue 7. Determine el mayor de los números, si la segunda división se realizó por exceso y la suma de los cocientes obtenidos es 20.
- A) 3 600      B) 3 992      C) 4216  
D) 4 200      E) 5 100
10. ¿Cuántos números comprendidos entre 500 y 1500 son múltiplos comunes de 4; 5 y 6?
- A) 8      B) 9      C) 10  
D) 11      E) 12

11. Dos números primos relativos tienen como MCM a 8511. Si la diferencia de los mismos es 14, determine la suma de dichos números.

A) 45      B) 52      C) 60  
D) 63      E) 72

12. En un proporción geométrica continua su razón es 2, además se cumple que el MCM de sus términos es 76. Calcule la media aritmética del menor y el mayor de los términos.

A) 47,5      B) 49      C) 45  
D) 57      E) 48,5

13. Si:  $\text{MCM}(\overline{aa}; \overline{bb}; \overline{ab}) = 1287$ , calcule:  $a+b$

A) 10      B) 11      C) 12  
D) 15      E) 18

14. Los números:

$$A = 8^2 \cdot 18^3 \cdot 24 \text{ y}$$

$$B = 9^2 \cdot 16^2 \cdot 36$$

tienen como MCM a  $2^m \times 3^n$ . Calcule:  $m^2 + n^2$

A) 144      B) 160      C) 164  
D) 184      E) 193

15. La suma de dos numerales es 581 y el cociente de su MCM entre su MCD es 240. ¿Cuál es la diferencia entre dichos numerales?

A) 531      B) 533      C) 535  
D) 537      E) 539

16. Sabiendo que:

$$\text{MCD}(3A; 4B) \times$$

$$\text{MCM}(3A; 4B) = 3948,$$

calcule  $A \times B$  y dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 10      B) 11      C) 12  
D) 13      E) 14

17. Calcule " $k^2$ ", sabiendo que:

$$\text{MCM}\left(\frac{13}{7}k; \frac{5}{14}k; \frac{8}{7}k\right) = 520$$

A) 4      B) 9      C) 25  
D) 49      E) 81

18. Si:

$$A = \text{MCM}(11!; 12!; 13!; 14!) \text{ y}$$

$$B = \text{MCD}(13!; 14!; 15!).$$

¿En cuántos ceros termina  $A \times B$ ?

A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5

19. El MCD de dos numerales es 18. Uno de ellos tiene 21 divisores y el otro 10. ¿Cuál es el valor de su MCM?

A) 5180      B) 5182      C) 5184  
D) 5186      E) 5188

20. Se tiene un terreno cuyas dimensiones son 2 400 y 3 200 m que se quiere dividir en parcelas cuadradas iguales. Determine cuántas parcelas se obtendrá si su lado debe estar entre 140 y 170 cm.

A) 12      B) 20      C) 120  
D) 300      E) 30

21. Se tienen tres cajas con galletas de soda sueltas que contienen 208 ; 128 y 336 unidades. Se desea empaquetarlas en bolsas plásticas de manera que no sobren, ni falten galletas y que el número de bolsas sea el mínimo posible. Si cada bolsa tiene un costo de S/. 0.02. ¿Cuál es el costo de todas las bolsas que se utilizarán?
- A) 84      B) 0,84      C) 8,4  
D) 840      E) 0,084
22. Tres eventos se efectúan periódicamente, el primero cada 15 días, el segundo cada 22 días y el tercero cada 36 días. Si estos tienen lugar juntos un miércoles, ¿dentro de cuántos días como mínimo volverán a producirse estos eventos juntos y qué día de la semana cae ?
- A) 1 989; lunes  
B) 1 890; miércoles  
C) 1 890; martes  
D) 1 980; martes  
E) 1 980; jueves
23. En una bodega de Sunampe en Chincha, un agricultor tiene tres barriles que contienen 150 L, 210 L y 270 L de vino. ¿Cuántos "botellones" como máximo serán necesarios usar, si tienen entre 4 y 10 litros de capacidad?, además los barriles quedaron vacíos, sin necesidad de combinarlos para llenar un botellón.
- A) 118      B) 105      C) 115  
D) 120      E) 126
24. El máximo divisor de  $(2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^3)$ ;  $(2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2)$  y  $(2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7^2)$  es:
- A)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$       B)  $2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^2$   
C)  $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^5$   
D)  $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^2$       E)  $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2$
25. El M.C.D. de 24k, 36k y 48k es 720. El menor de los números, si  $k \in \mathbb{Z}^+$ , es:
- A) 1 430      B) 1 440      C) 1 450  
D) 1 460      E) 1 470
26. Se tiene un terreno de forma rectangular, cuyas dimensiones son 4080m y 3600m ; se debe parcelarlo en terrenos cuadrados de igual área, de tal manera que no sobre ni falte terreno. El número de parcelas que se obtendrán como mínimo, si el área debe ser menor que  $240\text{m}^2$ , es:
- A) 65280      B) 64280      C) 65200  
D) 65480      E) 63280
27. Se desea guardar barras de jabón de dimensiones 15 cm , 10 cm y 3 cm en cajas cúbicas de manera que en las cajas no sobre espacio. ¿Cuál es el mayor número de cajas necesarias para guardar 2400 jabones?
- A) 30      B) 40      C) 50  
D) 60      E) 70

28. Si:  $A=4^3 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 14^2$  y  $B=8^2 \cdot 9 \cdot 21^2$  tienen como MCD a  $2^a \cdot 3^b \cdot 7^c$ . Calcule el valor de  $(a + b + c)$ .
- A) 10      B) 12      C) 14  
D) 16      E) 18
29. ¿Cuántos números de 4 cifras son divisibles a la vez por 4; 5; 6 y 8?
- A) 8      B) 75      C) 120  
D) 11      E) 12
30. Dos numerales coprimos tienen como MCM a 408, si la diferencia entre ellos es 7. Determine la suma de dichos números.
- A) 36      B) 38      C) 43  
D) 53      E) 41
31. El MCM de 42A y 6B es 504; el MCD de 35A y 5B es 70. Halle A.B
- A) 400      B) 168      C) 460  
D) 660      E) 880
32. En la determinación del MCD de 2 números se obtuvieron los siguientes cocientes sucesivos: 1 ; 3 ; 2 y 4 . Si el MCD es 7. ¿Cuál es el mayor de los números?
- A) 287      B) 294      C) 273  
D) 280      E) 301
33. Dados los numerales  $A=24^n \cdot 40$  y  $B=24 \cdot 40^n$ ; se sabe que:  $MCM(A; B)=225 MCD(A; B)$ . Halle el valor de "n"
- A) 1      B) 2      C) 3  
D) 4      E) 5
34. Se sabe que el cuadrado del MCM de dos números es igual al cubo de su MCD y que la suma de estos números es 180. Halle su diferencia.
- A) 12      B) 60      C) 24  
D) 36      E) 90
35. Se trata de formar un cubo compacto utilizando ladrillos cuyas dimensiones son 20 ; 15 y 6 cm. Si el número de ladrillos es el más cercano a 6000. ¿Cuál fue la arista del cubo?
- A) 120      B) 180      C) 240  
D) 300      E) 360
36. El número de alumnos de un colegio se encuentra entre 520 y 550. Si a los alumnos se les hace formar en columnas de 10, sobran 3 alumnos ; si forman en columnas de 15 sobran 8 alumnos y si forman en columnas de 18 sobran 11 alumnos. ¿Cuántos alumnos tiene el colegio?
- A) 522      B) 528      C) 530  
D) 533      E) 541
37. Se ha dividido un terreno rectangular en 88 parcelas cuadradas de 144m cada una, en cada esquina se ha colocado un poste, siendo necesario 108 postes. Calcule la diferencia entre las dimensiones del terreno.
- A) 20m      B) 26m      C) 30m  
D) 36m      E) 40m

38. Un móvil se desplaza con velocidad constante; recorriendo primero 180 km y luego 240 km. Si el MCM de los tiempos empleados es 96 horas. ¿Cuántas horas se ha demorado en total?

A) 37      B) 24      C) 56  
D) 28      E) 25

39. Si:  
 $\text{MCD}(10A, 14B) = 60$   
 $\text{MCD}(14A, 10B) = 420$   
Halle el MCD de A y B.

A) 20      B) 15      C) 30  
D) 60      E) 120

40. Si:  $\text{MCD}[k-4; 3k-7; k-5]$  es  $(k-10)$ . Halle el mayor de dichos números.

A) 18      B) 26      C) 36  
D) 24      E) 28

41. Halle el valor de "n", si:

$$A = 12 \times 45^n;$$

$$B = 12^n \times 45;$$

Para que el MCM tenga 90 divisores.

A) 1      B) 3      C) 5  
D) 2      E) 4

42. Al calcular el MCD de dos números mediante el algoritmo de Euclides, los cocientes sucesivos fueron 3; 4; 7 y 2. Si los números de diferencian en 6255, determine el mayor de ellos.

A) 9045      B) 4525      C) 4325  
D) 3225      E) 3025

43. Si al calcular el MCD de  $\overline{ab(a-1)}$  y  $\overline{3b8}$  por el algoritmo de Euclides se obtuvo: como cocientes sucesivos 1; 2; 2 y 3. Calcule  $(a-b)$ , sabiendo que la segunda división se realizó por exceso y  $a > 3$ .

A) 3      B) 4      C) 8  
D) 2      E) 5

44. El MCM de 2 números es igual al cuadrado de su MCD. Si los números suman 646, halle el MCM.

A) 1155      B) 1156      C) 1166  
D) 1186      E) 1196

45. Si:  $N \in \mathbb{Z}^+$  y

$$\text{MCM}\left(\frac{N}{2}; \frac{4N}{3}; \frac{3N}{5}\right) = 720.$$

Halle "N".

A) 336      B) 25      C) 84  
D) 168      E) 60

46. Hallar 2 números enteros sabiendo que su producto es igual a 12 veces su MCM y que su suma es igual a 6 veces su MCD. Halle el menor de dichos números?

A) 10      B) 14      C) 12  
D) 16      E) 20

47. En todo el perímetro de un terreno rectangular de 3,06 km por 2,10 km, se quiere colocar postes de luz que sean de máxima equidistancia, de tal manera que haya un poste en cada esquina, indique cuántos postes son necesarios y la distancia entre ellos en metros.

A) 172 y 120  
B) 172 y 60  
C) 162 y 60  
D) 344 y 20  
E) 100 y 60

48. Al calcular el MCD de 3 números, los menores posibles en la base 7, cuya suma de cifras es 60; 72 y 84 respectivamente, se obtiene  $\overline{ab}$ .

Halle:  $a+b$ .

A) 10      B) 12      C) 96  
D) 72      E) 42

49. Halle el MCD de  $\overline{abc}$  y  $\overline{de}$ ; sabiendo que el cociente entre su MCM y MCD es 221. Además se sabe que el MCM de ellos es par.

A) 4      B) 8      C) 14  
D) 6      E) 12

50. Si la suma de dos números es 50 y el mínimo común múltiplo de ambos es 21 veces su máximo común divisor, halle la diferencia positiva de estos números.

A) 15      B) 14      C) 20  
D) 17      E) 18

51. Sean:  $M=4^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 21$  y  $N=2^{2\alpha-1} \cdot 9^{\beta} \cdot 15$   
Si el máximo común divisor de M y N es 72, halle la cantidad de divisores positivos del mínimo común múltiplo de M y N.

A) 90      B) 120      C) 60  
D) 40      E) 80

52. Si:  
 $MCD(P; Q)=165$  y  $MCD(Q; R)=385$ ,  
halle el producto de los divisores positivos del MCD (P; Q; R).

A) 3025      B) 3060      C) 2075  
D) 2025      E) 1025

53. Si el MCM ( $15^8 \times 10^4$ ;  $\overline{ab}$ ) =  
 $7 \times 25^6 \times 3^3 \times 2^4$ , halle la suma de todos los valores de  $\overline{ab}$ .

A) 460      B) 462      C) 466  
D) 468      E) 470

54. Si:  $M=\underbrace{333\dots33}_{16 \text{ cifras}}_{(4)}$  y  $N=\underbrace{333\dots33}_{19 \text{ cifras}}_{(4)}$ ,

halle el MCD (M, N).

A) 255      B) 15      C) 256  
D) 3      E)  $4^{144}-1$

55. Si:  $MCM(P; Q)-MCD(P; Q)=3528$  y  
 $P-Q=72$ . Calcule el valor de " $P+Q$ ".

A) 520      B) 670      C) 720  
D) 760      E) 810

56. Al calcular el MCD de los números  $\overline{nmp(n-1)}$  y  $\overline{(n+1)p(p+3)}$  por el algoritmo de Euclides, los cocientes sucesivos fueron 5, 4, 3 y 3. Halle el valor de " $n+m+p$ ".

A) 9      B) 12      C) 14  
D) 15      E) 18

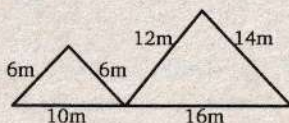
57. Los cocientes sucesivos que se obtienen al calcular el máximo común divisor de dos números mediante el algoritmo de Euclides son 12; 3 y 2. Si la diferencia de dichos números es 237, halle la suma de estos dos números.

A) 297      B) 286      C) 279  
D) 300      E) 320

58. Marcos piensa cada día ahorrar S/. 150, pero cada mañana se encuentra con Helena y gasta S/. 129. Si no es Helena, es Gabriela con quien gasta S/. 73. De esta manera, ¿en cuantos días, como mínimo y como máximo, Marcos ahorrará S/. 1456?

A) 32 y 64      B) 24 y 64      C) 24 y 56  
D) 32 y 56      E) 32 y 48

59. Un granjero tiene un terreno de la forma que se muestra en la figura, el cual desea cercar con el menor número de estacas igualmente espaciadas. ¿Cuántas estacas necesitará?



A) 32      B) 33      C) 34  
D) 30      E) 31

60. Un terreno de forma rectangular de 540 metros de largo por 120 metros de ancho se ha dividido en " $m$ " parcelas cuadradas ( $400 < m < 500$ ), todas iguales. Si la medida del lado de cada parcela es un número entero, halle cuánto mide el lado de la parcela y el número de parcelas.

A) 12 y 450      B) 6 y 420  
C) 12 y 480  
D) 6 y 450      E) 10 y 490

61. Un teatro ha recaudado en los días Viernes, Sábado y Domingo S/. 3912, S/. 7200 y S/. 8280, respectivamente. Calcule la menor cantidad de asistentes, si se sabe que el precio de la entrada de los días sábados y Domingo aumenta en media vez que el día Viernes, además dicho precio es entero.

A) 230      B) 200      C) 430  
D) 363      E) 593

62. Se calcula el MCD de un número de 108 cifras, 4 en base 9, y otro de 144 cifras, 4 en base 9 también. Si  $\overline{abc}$  representa la suma de las cifras del CA del MCD de dichos números, calcule el valor de  $(a + b + c)$ .

A) 8      B) 9      C) 10  
D) 11      E) 12

63. Si se sabe que:  
 $MCM(A; B) = MCM(5A; 13B)$ .  
Si  $A = \overline{24ab}$ ;  $B = \overline{aabbcc}$  y  $a + b = 4$ , calcule el MCD de  $\overline{cb0}$  y  $\overline{abc}$ .

A) 5      B) 25      C) 15  
D) 35      E) 30

64. Al calcular el MCD de los números  $(c+1)ad$  y  $cc(c+6)(c+6)$ , mediante el algoritmo de Euclides, se obtuvo como cocientes 1; 1; 2 y 3. Si la tercera división es por exceso, halle la diferencia de los números.

A) 3718    B) 2288    C) 1460  
D) 1430    E) 1236

65. El MCD de 2 cuadrados perfectos es otro cuadrado perfecto. Si ambos números suman 4640 y uno de ellos es 11, entonces ¿cuál será la menor diferencia de ellos?

A) 796    B) 873    C) 768  
D) 1767    E) 968

66. Si:  
 $MCM(\overline{ab}; \overline{abab}) = m$   
 $MCD(\overline{ab}; \overline{abab}) = d$   
 $m \times d = 17069$   
Calcule el valor de  $a+b$ .

A) 5    B) 6    C) 7  
D) 4    E) 8

67. Si:  $MCD(\overline{mnn(n+1)0}; \overline{an90(n-1)}) = 105$ , calcule el valor de  $m+n+a$ .

A) 10    B) 9    C) 8  
D) 6    E) 12

68. Se cumple que:  
 $MCD[\overline{abcd}; \overline{(a-b)0(b-1)(a+c)a}] = 495$ .  
Si  $b$  toma el mayor valor posible, calcule el valor de  $a+b+c+d$ .

A) 22    B) 15    C) 20  
D) 16    E) 18

69. La suma del MCD y el MCM de dos números resulta 299. Halle la suma de cifras del MCM, si el cociente entre el mayor y el menor de los números es menor que 2.

A) 12    B) 13    C) 14  
D) 15    E) 17

70. El producto del MCD por el MCM de 2 números es 432. Si ambos números suman 42, halle la suma de cifras del menor de ellos.

A) 7    B) 8    C) 9  
D) 10    E) 11

71. El MCD de dos números es 234 y el mayor de ellos es 5616. Si el MCM de los números es mayor de 61776, ¿cuántas soluciones hay para el menor de los números?

A) 3    B) 5    C) 6  
D) 4    E) 7

72. Si:  
 $MCD(A+B; B+C) + MCM(A; A+C) = 564$ , calcule la suma de cifras del  $MCM(A; B; C)$ . Considere que  $A; B$  y  $C$  son tres números enteros positivos que están en la relación de 5; 7 y 13, respectivamente.

A) 13    B) 12    C) 11  
D) 10    E) 14

73. En la determinación del MCD de dos números por el algoritmo de Euclides se ha obtenido como cocientes sucesivos 2; 1; 1 y 3 y como penúltimo residuo 15. ¿Cuál es la suma de los números?

A) 125    B) 375    C) 415  
D) 450    E) 475

74. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda a las siguientes proposiciones y elija la secuencia correcta.

I.  $A \times B \times C = \text{MCD}(A; B; C) \times \text{MCM}(A; B; C)$

II. Si:  $\text{MCD}(\overline{ab}; \overline{b(a-2)}) = 13$ ,  
entonces  $a + b = 10$ .

III. El MCM de  $3^6 - 1$  y  $3^4 - 1$   
es  $3^{12} - 1$ .

- A) VVV    B) VFV    C) FFF  
D) FFV    E) FVF

75. Calcule la suma de los tres menores números tal que su MCD es 18 y que poseen 10; 15 y 18 divisores.

- A) 466    B) 476    C) 486  
D) 496    E) 506

76. Indique el valor de verdad de:

I. Si:  $a \in \mathbb{Z}$  y  $a \neq 0 \rightarrow \text{MCD}(0, a) = |a|$

II.  $\text{MCD}(a, b + c) = \text{MCD}(a, b) + \text{MCD}(a, c)$

III.  $\text{MCD}(a^n, b^n) = [\text{MCD}(a, b)]^n \forall n \in \mathbb{Z}^+$

- A) VVV    B) VFV    C) VFF  
D) FFV    E) FFF

77. Si: A; B y C son números primos absolutos positivos, tales que:

$$A^2 + B^2 = 1730 \text{ y } B^2 + C^2 = 1373$$

Determine (A - B).

- A) -20    B) -18    C) 13  
D) 20    E) 24

78. Sean A y B dos números de 3 y 2 cifras respectivamente, que suman 1022. Si el producto de sus CA y su MCD son 1296 y 6 respectivamente. Calcule la diferencia de los números.

- A) 830 ó 930    B) 370 ó 850  
C) 870 ó 390  
D) 870 ó 930    E) 870 ó 580

79. Si:  $\text{MCM}[\overline{abc}, \overline{(a+3)(b+2)(c-5)}] = 2700$ .  
Calcule:  $a + b + c$ .

- A) 7    B) 8    C) 9  
D) 10    E) 12

80. Si  $A^2 - B^2 = 252$  y  $\text{MCD}(A; B) = 6$ , halle la suma de divisores de A + B.

- A) 10    B) 12    C) 13  
D) 14    E) 15

81. El MCM de dos números es 360 y el MCD es 12. Si el menor de los números es múltiplo de 9, ¿cuál es el otro número?

- A) 60    B) 120    C) 180  
D) 210    E) 240

82. Si:  $\text{MCD}(A; B) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

$$\text{MCM}(A; B) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

además,  $7 < n < 13$  y  $A > B$

Calcule la suma de cifras de A.

- A) 14    B) 15    C) 16  
D) 17    E) 18

83. Al calcular el MCD de P y Q mediante el algoritmo de Euclides, los cocientes obtenidos fueron 3; 1; 2 y 2 y el MCD de dichos números resultó igual a la cantidad de divisores comunes que tienen los números 180 y 315. Halle la diferencia de P y Q.

- A) 57    B) 38    C) 114  
D) 76    E) 152

84. Luisa va al club cada día; Melisa va cada dos días; Fernando va cada tres días; Enrique cada cuatro días; Luis cada cinco días; José cada seis días y Elena cada 7. Si hoy están todos en el club, ¿dentro de cuántos días será la tercera vez que vuelvan a reunirse?
- A) 105      B) 210      C) 315  
D) 420      E) 840
85. Si dos números enteros se multiplican por 8, entonces su MCM y su MCD aumentan en 22932 y 252 unidades respectivamente. Entonces, la suma de las cifras de los dos números que cumplen la condición es:
- A) 20      B) 25      C) 27  
D) 29      E) 30
86. Calcule el mayor de 3 números, si la diferencia del MCM y MCD de ellos es  $m \times n \times p$ , donde  $m$ ;  $n$  y  $p$  forman una progresión aritmética creciente de razón 10 y en ese orden. Se sabe además que la diferencia entre el mayor y el intermedio es 26 y del mayor con el menor es 65; también se sabe que:  $C_{11}^n = 78$
- A) 65      B) 90      C) 91  
D) 93      E) 105
87. Si se cumple que  $MCD(A, B) = t^2$ , halle:  $MCD[(A + nB); (A + nB - B)]$ .
- A)  $t$       B)  $3t$       C)  $t^2$   
D)  $t^2 + 1$       E)  $t^2 + t$
88. Si:  $MCD(A, B) = MCD(B, C) = MCD(A, C) = 28$ , y  $MCM(A, B, C) = 22932$ , donde  $A$ ,  $B$  y  $C$  son mayores que 28, entonces el menor de los tres números es:
- A) 193      B) 196      C) 199  
D) 202      E) 205
89. ¿Cuántos números de 4 cifras que terminan en cero, múltiplos de 6 existen tales que al agregarle una unidad se convierte en múltiplo de siete y al agregarle una unidad más se convierte en múltiplo de ocho?
- A) 9      B) 10      C) 11  
D) 12      E) 13
90. Si:  $MCM(50 - N, 770 - N) = 1053$ , calcule la suma de cifras de  $N$ .
- A) 11      B) 12      C) 13  
D) 14      E) 15
91. Si se cumple que:
- $$MCD(\underbrace{999 \dots 999}_{180 \text{ cifras}}, \underbrace{999 \dots 999}_{200 \text{ cifras}}, \underbrace{999 \dots 999}_{300 \text{ cifras}})$$
- es un número formado por cierta cantidad de nueves, esta cantidad es:
- A) 14      B) 17      C) 19  
D) 20      E) 23
92. Si:  $MCD(7A, 35B) = 840$  y  $MCM(5A, 25B) = 1\,200$ , halle la cantidad de divisores compuestos que tiene el número  $N = A \times B$ .
- A) 43      B) 44      C) 45  
D) 46      E) 47

93. Un agricultor cosecha cierto número de plantas de lechuga y solicita a cuatro de sus trabajadores que las cuenten.

\* El primero las agrupó de 11 en 11 pero le faltó 1.  
 \* El segundo las agrupó de 13 en 13 y le sobraron 12.  
 \* El tercero las agrupó de 7 en 7 pero le faltó 1.  
 \* El cuarto las agrupó de 12 en 12 y no le faltó ni le sobró.

¿Cuántas plantas de lechuga tiene exactamente el agricultor si son menos de 8 000? (dé la suma de cifras).

A) 9                  B) 12                  C) 15  
 D) 18                  E) 21

94. El MCM de dos números enteros es 85 440, si al calcular el MCD de estos dos números por el algoritmo de Euclides los cocientes sucesivos fueron: 2 ; 6 ; 3 y 5 (siendo 3 un cociente por exceso). Halle la suma de las cifras del mayor de los dos números.

A) 12                  B) 15                  C) 18  
 D) 21                  E) 24

95. Halle la suma de los divisores comunes a los números  $p$  y  $q$ , donde:

$$p = 66 \dots 6_{(7)} \text{ (213 cifras) y}$$

$$q = 66 \dots 6_{(7)} \text{ (216 cifras)}$$

A) 325                  B) 520                  C) 780  
 D) 1 287                  E) 1 716

96. Se sabe que:  $\frac{\text{MCM}(x, y)}{x} = \frac{80}{10}$  y

$$\frac{\text{MCM}(x, y)}{y} = \frac{50}{10} \text{ y el MCD}(3x, 4y) = 90; \text{ halle la suma de las cifras del MCM}(x, y).$$

A) 9                  B) 15                  C) 18  
 D) 27                  E) 36

97. El MCD de dos números es  $\left(\frac{k+2}{2}\right)$  y el

$$\text{MCD de otros dos números es } \left(\frac{2k-5}{3}\right),$$

si el MCD de los 4 números es 9.

Calcule "k" si es un número entero mayor que 80 pero menor que 150.

A) 115                  B) 124                  C) 128  
 D) 142                  E) 148

98. Calcule el MCD de A y B sabiendo que su MCM tiene 450 divisores y que

$$A = 12 \times 45^n \text{ y } B = 12^n \times 45$$

A) 12280                  B) 14400                  C) 14520  
 D) 14580                  E) 14660

99. A un terreno rectangular de 3404 m de largo y 2368 m de ancho, se le quiere cercar con alambre sujeto a estacas equidistantes, de manera que disten de 30 a 40 m y que correspondan una estaca en cada vértice y otras en cada uno de los puntos medios de los lados del rectángulo. ¿Cuántas estacas serán necesarias?

A) 264                  B) 312                  C) 351  
 D) 263                  E) 358

100. El producto de tres números es 6256 y el producto de los dos menores es 272. Calcule el MCM del mayor y del menor más el MCD de los dos menores números.

A) 369                  B) 476                  C) 477  
 D) 272                  E) 449

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS****Resolución 1:**Sean los  $\mathbb{Z}^+$ :

a y b

Dato:

$$\frac{a}{b} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \rightarrow \begin{matrix} a = 3k \\ b = 4k \end{matrix}$$

Además:

$$\text{MCD}(a, b) = 24$$

$$\text{MCD}(3k, 4k) = 24$$

$$k = 24$$

$$\rightarrow a = 3 \times 24 = 72$$

$$b = 4 \times 24 = 96$$

$$\therefore a + b = 72 + 96 = 168$$

**Rpta.: E****Resolución 2:**

Sean:

$$A = 10^n \times 15^{2n+1} = 2^n \times 3^{2n+1} \times 5^{3n+1} \text{ (D.C.)}$$

$$B = 15^n \times 10^{2n} = 2^{2n} \times 3^n \times 5^{3n} \text{ (D.C.)}$$

Dato:

$$\text{CD}_{\text{comunes de A y B}} = 325$$

Sabemos:

$$\text{CD}_{\text{comunes de A y B}} = \text{CD}_{\text{MCD}(A, B)}$$

Hallando el MCD:

$$\text{MCD}(A, B) = 2^n \times 3^n \times 5^{3n}$$

$$\rightarrow (n+1)(n+1)(3n+1) = 325$$

$$(n+1)^2(3n+1) = 25 \times 13$$

$$\therefore n = 4$$

**Rpta.: C**

**Resolución 3:**

Por dato:

$$\text{MCD}(\overline{pa4b}; \overline{4b2a}) = 72$$

$$\rightarrow \overline{pa4b} = \frac{a}{72} \wedge \overline{4b2a} = \frac{a}{72}$$

Luego:

$$\overline{4b2a} = \frac{a}{72} = \begin{matrix} \nearrow 8 \\ \searrow 9 \end{matrix}$$

$$\text{Del criterio por } 8: \quad \overline{b2a} = \frac{a}{8}$$

$$\text{Del criterio por } 9: \quad \frac{a+b+6}{3 \times 12} = \frac{a}{9}$$

OBS:  $a$  y  $b$  son pares

También:

$$\overline{pa4b} = \frac{a}{9}$$

Criterio por 9:

$$9 + a + 4 + b = \frac{a}{9}$$

$$\rightarrow p + 4 + 12 = \frac{a}{9} \rightarrow p + 16 = \frac{a}{9} \rightarrow p = 2$$

$$\therefore p + a + b = 14$$

**Rpta.: D****Resolución 4:**Sean los  $\mathbb{Z}^+$ : $A$  y  $B$ 

Datos:

$$\bullet \text{ MCD}(A, B) = 18 \rightarrow \begin{matrix} A = 18p \\ B = 18q \end{matrix} \quad \text{PESI}$$

$$\bullet \quad A + B = 144 \rightarrow 18p + 18q = 144$$

$$\rightarrow p + q = 8$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 7 \\ 3 & 5 \end{matrix}$$

 $\therefore$  Hay 2 pares de números**Rpta.: B**

**Resolución 5:**

Tenemos:

$$\text{MCD}(7A; 7B) = 84k$$

Dividimos entre 7:

$$\text{MCD}(A; B) = 12k$$

Además:

$$\text{MCD}(A; B) = 17k - 40$$

$$12k = 17k - 40 \rightarrow 40 = 5k$$

$$\therefore k = 8$$

**Rpta.: C****Resolución 6:**

Del texto:

"A" es un numeral de 36 cifras máximas

$$\rightarrow A = \underbrace{99 \dots 99}_{36 \text{ cifras}} = 10^{36} - 1$$

"B" es el máximo numeral de 54 cifras

$$\rightarrow B = \underbrace{99 \dots 99}_{54 \text{ cifras}} = 10^{54} - 1$$

Hallando el MCD:

$$\begin{aligned} \text{MCD}(A, B) &= \text{MCD}(10^{36} - 1; 10^{54} - 1) \\ &= 10^{\text{MCD}(36; 54)} - 1 = 10^{18} - 1 \end{aligned}$$

$$\text{MCD}(A, B) = \underbrace{99 \dots 99}_{18 \text{ cifras}}$$

$$\therefore \sum \text{cifras} = 9 \times 18 = 162$$

**Rpta.: A**

**Resolución 7:**

Se tiene:

$$\bullet \text{ MCD}(12n; 18p) = 36m$$

Dividimos entre 6:

$$\text{MCD}(2n; 3p) = 6m$$

$$\bullet \text{ MCD}(6p; 54q) = 18m$$

Dividimos entre 6:

$$\text{MCD}(p; 9q) = 3m$$

Multiplicamos por 3:

$$\text{MCD}(3p; 27q) = 9m$$

$$\bullet \text{ MCD}(2n; 3p; 27q) = 24$$

$$\text{MCD}[\text{MCD}(2n; 3p); \text{MCD}(3p; 27q)] = 24$$

$$\text{MCD}[6m; 9m] = 24$$

$$3m = 24$$

$$\therefore m = 8$$

**Rpta.: D****Resolución 8:**Sean los  $\mathbb{Z}^+$ :

$$A \text{ y } B \text{ (} A > B \text{)}$$

Por dato:

$$A - B = 3630$$

Aplicando el algoritmo de Euclides:

|   |    |   |    |   |    |   |   |       |
|---|----|---|----|---|----|---|---|-------|
|   | 4  |   | 5  |   | 2  |   | 3 |       |
| A | B  | ↙ | 7d | ↘ | 3d | ↘ | d | → MCD |
|   | 7d | ↘ | 3d | ↘ | d  | ↘ | 0 |       |

$$\rightarrow B = 7d \times 5 + 3d = 38d$$

$$\rightarrow A = 38d \times 4 + 7d = 159d$$

Reemplazando:

$$159d - 38d = 3630$$

$$\rightarrow d = 30$$

$$\therefore A = 159 \times 30 = 4770$$

**Rpta.: D**

### Resolución 9:

Con los datos del enunciado, construimos la tabla del algoritmo de Euclides:

|   |   |     |    |   |   |
|---|---|-----|----|---|---|
|   |   | 4   | 7  | 3 | 6 |
| A | B | 152 | 48 | 8 |   |
|   |   | 152 | 48 | 8 | O |

OBS: La segunda división se realizó por exceso.

$$B = 152 \times 7 - 48 = 1016$$

Hallando el mayor número:

$$A = B \times 4 + 152 = 1016 \times 4 + 152$$

$$\therefore A = 4216$$

**Rpta.: C**

### Resolución 10:

Sean los números: N

Por dato:

$$\bullet \quad 500 < N < 1500$$

$$N = 4^{\circ}$$

$$N = 5^{\circ}$$

$$N = 6^{\circ}$$

$$N = 8^{\circ}$$

$$N = \frac{\text{MCM}(4; 5; 6; 8)}{120} = \frac{120}{120}$$

$$N = 120k$$

Luego:

$$500 < 120k < 1500$$

$$4, \dots < k < 12, \dots$$

$$k: \underbrace{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12}_{8 \text{ valores}}$$

∴ Existen 8 números

**Rpta.: A**

**Resolución 11:**

Sean los números PESI:  $a$  y  $b$

Datos:

$$\bullet \text{ MCM}(a; b) = 851 \rightarrow a \times b = 851$$

$$\bullet \text{ } a - b = 14$$

Pero:

$$a \times b = 851 = 37 \times 23$$

Sólo:

$$a = 37 \wedge b = 23$$

$$\therefore a + b = 37 + 23 = 60$$

**Rpta.: C**

**Resolución 12:**

Formando la proporción geométrica continua de razón 2:

$$\frac{4a}{2a} = \frac{2a}{a} = 2$$

Dato:

$$\text{MCM}(4a; 2a; a) = 76$$

$$4a = 76 \rightarrow a = 19$$

MAYOR :

$$4 \times 19 = 76$$

MENOR:

$$19$$

Piden:

$$\text{MA}(76; 19) = \frac{76 + 19}{2}$$

$$\therefore \text{MA}(76; 19) = 47,5$$

**Rpta.: A**

**Resolución 13:**

Por dato:

$$\text{MCM}(\overline{aa}; \overline{bb}; \overline{ab}) = 1287$$

→ 1287 contiene a los numerales

$\overline{aa}$ ;  $\overline{bb}$  y  $\overline{ab}$ , es decir, dichos numerales son divisores de 1287.

Veamos:

$$1287 = 3^2 \times 11 \times 13$$

Sólo:

$$\overline{aa} = 33; \overline{bb} = 99; \overline{ab} = 39$$

$$\therefore a + b = 12$$

**Rpta.: C****Resolución 14:**

Dados los numerales:

$$A = 8^2 \times 18^3 \times 24 = 2^{12} \times 3^7 \text{ (DC)}$$

$$B = 9^2 \times 16^2 \times 36 = 2^{10} \times 3^6 \text{ (DC)}$$

Hallando el MCM:

$$\text{MCM}(A; B) = 2^{12} \times 3^7$$

Dato:

$$\text{MCM}(A; B) = 2^m \times 3^n$$

$$\rightarrow m = 12 \wedge n = 7$$

$$\therefore m^2 + n^2 = 193$$

**Rpta.: E****Resolución 15:**

Sean los números: A y B

Sabemos:

$$\text{MCD}(A; B) = d \rightarrow \begin{array}{l} A = dp \quad p \text{ y } q \\ B = dq \quad \text{PESI} \end{array}$$

$$\text{MCM}(A; B) = dpq$$

Luego:

$$\begin{aligned} & \bullet A + B = 581 \rightarrow d(p + q) = 581 \\ & \bullet \frac{\text{MCM}(A, B)}{\text{MCD}(A, B)} = 240 \rightarrow \frac{dpq}{d} = 240 \\ & \rightarrow p \times q = 2^4 \times 3 \times 5 \\ & \text{Sólo:} \quad p = 2^4 \times 5 = 80 \\ & \quad q = 3 \\ & \rightarrow d(80 + 3) = 581 \rightarrow d = 7 \\ & \rightarrow A = 7 \times 80 = 560 \wedge B = 7 \times 3 = 21 \\ & \therefore A - B = 539 \end{aligned}$$

**Rpta.: E**

### Resolución 16:

Por dato:

$$\text{MCD}(3A; 4B) \times \text{MCM}(3A; 4B) = 3948$$

Aplicando propiedad:

$$(3A)(4B) = 3948 \rightarrow A \times B = 329$$

$$\therefore 3 + 2 + 9 = 14$$

**Rpta.: E**

### Resolución 17:

Dato:

$$\text{MCM}\left(\frac{13}{7}k; \frac{5}{14}k; \frac{8}{7}k\right) = 520$$

Multiplicando por 14:

$$\text{MCM}(26k; 5k; 16k) = 520 \times 14$$

$$k \cdot \text{MCM}(26; 5; 16) = 520 \times 14$$

$$k \cdot 1040 = 520 \times 14 \rightarrow k = 7$$

$$\therefore k^2 = 7^2 = 49$$

**Rpta.: D**

**Resolución 18:** Datos:

$$A = \text{MCM}(11!; 12!; 13!; 14!) = 14!$$

"De un conjunto de factoriales, el MCM, es el mayor factorial"

$$B = \text{MCD}(13!; 14!; 15!) = 13!$$

"De un conjunto de factoriales, el MCD, es el menor factorial"

Luego :

$$A \times B = 14! \times 13! = \overbrace{a \dots m 00 \dots 00}^{\text{"x" cifras}}$$

$$14! = 2^b \times 3^c \times 5^2 \times \dots$$

$$\rightarrow 14! \times 13! = 5^4 \times \dots$$

$$13! = 2^d \times 3^e \times 5^2 \times \dots$$

$$\therefore x = 4$$

**Rpta.: D**

**Resolución 19:** Sean los numerales A y B

Datos:

- $\text{MCD}(A, B) = 18 = 2 \times 3^2$
- $\text{CD}_A = 21$  tanto A como B en su D.C. deben
- $\text{CD}_B = 10$  contener a los primos 2 y 3.

Además:

$$\text{CD}_A = (2+1)(6+1)$$

$$\text{CD}_B = (1+1)(4+1)$$

$$\rightarrow A = \underbrace{2^6 \times 3^2}_{\text{DC}} \quad \wedge \quad B = \underbrace{2^1 \times 3^4}_{\text{DC}}$$

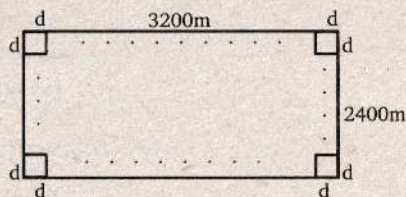
Hallando el MCM:

$$\therefore \text{MCM}(A, B) = 2^6 \times 3^4 = 5184$$

**Rpta.: C**

**Resolución 20:**

Del enunciado:



Donde :

$$140 < d < 170$$

Además.:

d es divisor común de 3200 y 2400

→ "d" es divisor del MCD de 3200 y 2400

Hallemos el MCD:

$$\text{MCD}(3200; 2400) = 800$$

→ "d" es divisor de 800 →  $d = 160 \text{ cm}$ 

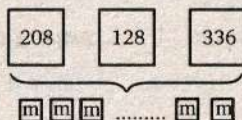
Luego:

$$\text{N}^\circ \text{ parcelas} = \frac{\text{Área terreno}}{\text{Área parcela}}$$

$$\therefore \text{N}^\circ \text{ parcelas} = \frac{3200 \times 2400}{160 \times 160} = 300$$

**Rpta.: D****Resolución 21:**

Del enunciado :



Donde:

m: divisor común de 208; 128 y 336

m: máximo (para que el número de bolsas sea mínimo)

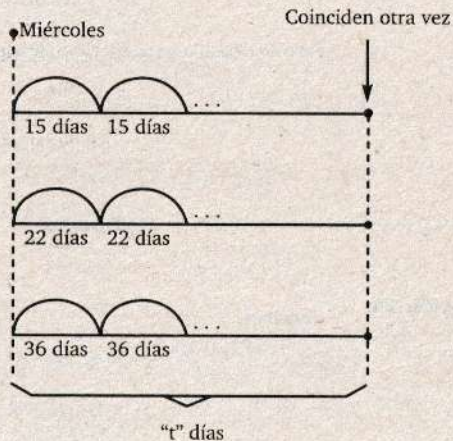
→  $m = \text{MCD}(208; 128; 336) \rightarrow m = 16$

$$\rightarrow N^{\circ} \text{ bolsas} = \frac{208 + 128 + 336}{16} = 42$$

$$\therefore \text{Costo} = 42 \times 0,02 = S/.0,84$$

**Rpta.: B****Resolución 22:**

Del texto:



t: múltiplo común de 15; 22 y 36

t: mínimo

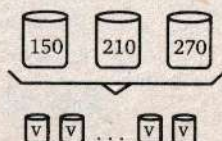
$$\rightarrow t = \text{MCM}(15; 22; 36) = 1980$$

Además:

$$1980 = 7 + 6$$

 $\therefore$  Deben transcurrir 1980 días y caerá día martes.
**Rpta.: D****Resolución 23:**

Sea :



Dato :  $4 < V < 10$

Además "V" es divisor común de: 150; 210 y 270

Entonces, "V" es divisor del MCD de: 150; 210 y 270

$$\rightarrow \text{MCD}(150 ; 210 ; 270) = 30$$

$$\rightarrow \text{"V"} \text{ es divisor de } 30$$

Pero se desea la máxima cantidad de botellones

$$\rightarrow V = 5\ell$$

$$\therefore \text{N}^\circ \text{ botellones} = \frac{150 + 210 + 270}{5} = 126$$

**Rpta.: E**

#### Resolución 24:

Tenemos:

$$A = 2^6 \times 3^4 \times 5^3 \text{ DC}$$

$$B = 2^3 \times 3^5 \times 5^2 \text{ DC}$$

$$C = 2^5 \times 3^5 \times 5^5 \times 7^2 \text{ DC}$$

Hallando el MCD:

$$\therefore \text{MCD}(A, B, C) = 2^3 \times 3^4 \times 5^2$$

**Rpta.: E**

#### Resolución 25:

Dato:

$$\text{MCD}(24k; 36k; 48k) = 720 \quad k \in \mathbb{Z}^+$$

$$k \cdot \text{MCD}(24; 36; 48) = 720$$

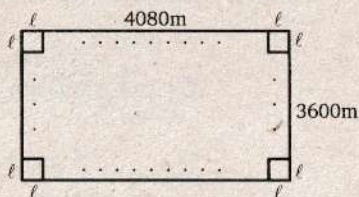
$$k \cdot 12 = 720 \rightarrow k = 60$$

$$\therefore \text{Menor número} : 24 \times 60 = 1440$$

**Rpta.: B**

**Resolución 26:**

Se tiene:

Por dato :  $l^2 < 240m^2$ Además: " $l$ " es divisor común de: 4080 y 3600 $\rightarrow$  " $l$ " es divisor del MCD de 4080 y 3600

Hallando el MCD:

$$\text{MCD}(4080 ; 3600) = 240$$

 $\rightarrow$  " $l$ " es divisor de 240 y como el número de parcelas e mínimo

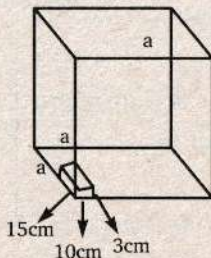
$$\rightarrow l = 15m$$

$$\therefore \text{N}^\circ \text{ parcelas} = \frac{4080 \times 3600}{15 \times 15} = 65280$$

**Rpta.: A****Resolución 27:**

Del enunciado:

Notemos que " $a$ " es un múltiplo común de 15; 10 y 3 ; además se desea empaquetar 2400 jabones en el mayor número de cajas, entonces,  $a$  debe ser lo menor posible:



Luego:

$$a = \text{MCM}(10; 15; 3) \rightarrow a = 30cm$$

Halleemos el número de jabones por caja:

$$\frac{\text{Volumen caja}}{\text{Volumen jabón}} = \frac{30^3}{15 \times 10 \times 3} = 60$$

$$\therefore \text{El número de cajas es: } \frac{2400}{60} = 40$$

**Rpta.: B**

### Resolución 28:

Datos:

$$A = 4^3 \times 3^4 \times 5 \times 14^2 = 2^8 \times 3^4 \times 5 \times 7^2 \text{ DC}$$

$$B = 8^2 \times 9 \times 21^2 = 2^6 \times 3^4 \times 7^2 \text{ DC}$$

Hallando el MCD:

$$\text{MCD}(A; B) = 2^6 \times 3^4 \times 7^2$$

Del texto:

$$\text{MCD}(A, B) = 2^a \times 3^b \times 7^c$$

$$\rightarrow a = 6 \wedge b = 4 \wedge c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 12$$

**Rpta.: B**

### Resolución 29:

Sean los números: N

Datos:

$$\bullet 1000 \leq N \leq 9999$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} N = 4 \\ N = 5 \\ N = 6 \\ N = 8 \end{array} \right\}$$

$$N = \overline{\text{MCM}(4; 5; 6; 8)} = \overline{120}$$

$$N = 120.k$$

$$\rightarrow 1000 \leq 120k \leq 9999$$

Dividimos entre 120:

$$8, \dots \leq k \leq 83, \dots$$

$$k: 9; 10; 11; \dots; 83$$

75 valores

$\therefore$  Existen 75 números

**Rpta.: B**

**Resolución 30:**

Sean los números coprimos: A y B

Por dato:

$$\text{MCM}(A, B) = 408 \rightarrow A \times B = 408$$

Además:

$$A - B = 7$$

Pero:

$$A \times B = 24 \times 17 \wedge A - B = 24 - 17$$

$$\therefore A + B = 24 + 17 = 41$$

**Rpta.: E**

**Resolución 31:**

Del enunciado:

$$\bullet \text{ MCM}(42A; 6B) = 504$$

Dividimos entre 6:

$$\text{MCM}(7A; B) = 84$$

$$\bullet \text{ MCD}(35A; 5B) = 70$$

Dividimos entre 5:

$$\text{MCD}(7A; B) = 14$$

Aplicando propiedad:

$$(7A)(B) = \text{MCD}(7A; B) \times \text{MCM}(7A; B)$$

$$\rightarrow 7AB = 14 \times 84$$

$$\therefore A \times B = 168$$

**Rpta.: B**

**Resolución 32:**

Sean los  $\mathbb{Z}^+$  :

A y B ( $A > B$ )

Dato :

$\text{MCD}(A; B) = 7$

Reconstruyendo la tabla del algoritmo de Ecluides.

|   |    |    |    |   |
|---|----|----|----|---|
|   | 1  | 3  | 2  | 4 |
| A | B  | 63 | 28 | 7 |
|   | 63 | 28 | 7  | 0 |

MCD

$$B = 63 \times 3 + 28 = 217$$

$$A = 217 \times 1 + 63$$

$$\therefore A = 280$$

**Rpta.: D**

**Resolución 33:**

Se tiene:

$$A = 24^n \times 40 = 2^{3n+3} \times 3^n \times 5 \text{ D.C.}$$

$$B = 24 \times 40^n = 2^{3n+3} \times 3 \times 5^n \text{ D.C.}$$

Datos:

$$\text{MCM}(A; B) = 225 \cdot \text{MCD}(A, B)$$

$$2^{3n+3} \times 3^n \times 5^n = 3^2 \times 5^2 \times 2^{3n+3} \times 3 \times 5$$

$$3^n \times 5^n = 3^3 \times 5^3$$

$$\therefore n = 3$$

**Rpta.: C**

**Resolución 34:**

Sean los números : A y B

Sabemos:

$$\text{MCD}(A, B) = d \rightarrow A = dp \wedge B = dq$$

p y q PESI

$$\text{MCM}(A, B) = d \cdot p \cdot q$$

Datos:

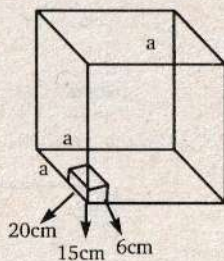
$$\begin{aligned} \bullet (dpq)^2 &= d^3 \rightarrow p^2 \cdot q^2 = d \\ \bullet A + B &= 180 \rightarrow d(p + q) = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

Sólo:

$$\begin{aligned} p &= 3 \wedge q = 2 \wedge d = 36 \\ \rightarrow A &= 3 \times 36 = 108 \\ B &= 2 \times 36 = 72 \\ \therefore A - B &= 36 \end{aligned}$$

**Rpta.: D****Resolución 35:**

Se tiene:



La arista del cubo es un múltiplo común de 20; 15 y 6, entonces, es múltiplo del MCM de 20; 15 y 6  $\rightarrow \text{MCM}(20; 15; 6) = 60$

Luego:  $a = 60k$ 

El número de ladrillos a utilizarse es el más cercano a 6000

$$\text{N}^\circ \text{ ladrillos} = \frac{(60k)^3}{20 \times 15 \times 6} = 3 \times 4 \times 10 \times k^3$$

Sólo:

$$k = 3$$

$$\therefore a = 60 \times 3 = 180 \text{ cm}$$

**Rpta.: B****Resolución 36:**

Sea el número de alumnos: N

Del texto:

$$\bullet \quad 520 < N < 550$$

$$\bullet \quad N = \frac{0}{10} + 3 \rightarrow N = \frac{0}{10} - 7$$

$$N = \frac{0}{15} + 8 \rightarrow N = \frac{0}{15} - 7$$

$$N = \frac{0}{18} + 11 \rightarrow N = \frac{0}{18} - 7$$

Luego:

$$N = \overline{\text{MCM}(\frac{0}{10}; \frac{0}{15}; \frac{0}{18})} - 7$$

$$N = \frac{0}{90} - 7$$

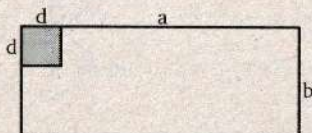
Sólo:

$$N = 90 \times 6 - 7$$

$$\therefore N = 533$$

**Rpta.: D****Resolución 37:**

Sea:



Área parcela:

$$144 \text{ m}^2 = d^2 \rightarrow d = 12 \text{ m}$$

Área terreno:

$$88 \times 144 = a \times b$$

$$a \times b = 12672$$

Nº postes:

$$108 = \left( \frac{a}{12} + 1 \right) \left( \frac{b}{12} + 1 \right)$$

$$\rightarrow (a+12)(b+12) = 108 \times 12 \times 12 = 15552$$

$$\rightarrow 12672 + 12(a+b) + 144 = 15552$$

$$\rightarrow a+b = 228$$

Sólo cumplen:

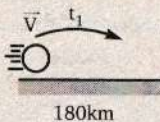
$$a = 132 \wedge b = 96$$

$$\therefore a - b = 36$$

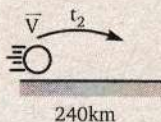
**Rpta.: D**

### Resolución 38:

Dato:



$$t_1 = \frac{180}{V}$$



$$t_2 = \frac{240}{V}$$

Dato:

$$\text{MCM}\left(\frac{180}{V}; \frac{240}{V}\right) = 96$$

Multiplicando por "V":

$$\rightarrow \text{MCM}(180; 240) = 96V$$

$$720 = 96V$$

$$\rightarrow V = 7,5$$

$$\therefore t_1 + t_2 = \frac{180}{7,5} + \frac{240}{7,5} = 56 \text{ horas}$$

**Rpta.: C**

### Resolución 39:

Datos:

- $\text{MCD}(10A; 14B) = 60$

Dividimos entre 2:

$$\text{MCD}(5A; 7B) = 30$$

- $\text{MCD}(14A; 10B) = 420$

Dividimos entre 2:

$$\text{MCD}(7A; 5B) = 210$$

Sea:

$$\text{MCD}(A; B) = d$$

$$\rightarrow \text{MCD}(5A; 5B) = 5d$$

$$\rightarrow \text{MCD}(7A; 7B) = 7d$$

Luego:

$$\text{MCD}(5A; 5B; 7A; 7B) = \text{MCD}(5d; 7d)$$

$$\text{MCD}[\text{MCD}(5A; 7B); \text{MCD}(7A; 5B)] = d$$

$$\text{MCD}[30; 210] = d$$

$$\therefore d = 30$$

**Rpta.: C**

#### Resolución 40:

Por dato:

$$\text{MCD}[k-4; 3k-7; k-5] = (k-10)$$

Observe  $(k-4)$  y  $(k-5)$  al ser consecutivos son PESI, luego:

$$(k-4); (3k-7) \text{ y } (k-5) \text{ son PESI}$$

$$\rightarrow \text{MCD}[k-4; 3k-7; k-5] = 1 = k-10$$

$$\rightarrow k = 11$$

$$\therefore \text{Mayor número} : 3 \times 11 - 7 = 26$$

**Rpta.: B**

#### Resolución 41:

Se tiene:

$$A = 12 \times 45^n = 2^2 \times 3^{2n+1} \times 5^n \text{ D.C.}$$

$$B = 12^n \times 45 = 2^{2n} \times 3^{n+2} \times 5 \text{ D.C.}$$

Hallando el MCM:

$$\text{MCM}(A, B) = 2^{2n} \times 3^{2n+1} \times 5^1 \text{ D.C.}$$

Dato:

$$CD_{MCM(A,B)} = 90$$

$$\rightarrow (2n+1)(2n+2)(n+1) = 90$$

$$\rightarrow \underbrace{(2n+1)}_5 \underbrace{(n+1)^2}_9 = 45$$

$$\therefore n = 2$$

**Rpta.: D****Resolución 42:**Sean los números A y B ( $A > B$ )

$$\text{Dato : } A - B = 6255$$

Reconstruyendo el algoritmo de Euclides.

|   |     |     |    |   |
|---|-----|-----|----|---|
|   | 3   | 4   | 7  | 2 |
| A | B   | 15d | 2d | d |
|   | 15d | 2d  | d  | 0 |

$$B = 15d \times 4 + 2d$$

$$B = 62d$$

$$A = 62d \times 3 + 15d$$

$$A = 201d$$

Luego:

$$201d - 62d = 6255 \rightarrow 139d = 6255$$

$$d = 45$$

$$\therefore A = 201 \times 45 = 9045$$

**Rpta.: A****Resolución 43:**Dados los numerales:  $\overline{ab(a-1)}$  y  $\overline{3b8}$ 

$$\text{Donde : } a > 3$$

Reconstruyendo el algoritmo de Euclides:

|                      |                  |    |    |   |
|----------------------|------------------|----|----|---|
|                      | 1                | 2  | 2  | 3 |
| $\overline{ab(a-1)}$ | $\overline{3b8}$ | 7d | 3d | d |
|                      |                  | 7d | 3d | d |
|                      |                  |    |    | 0 |

$$\rightarrow \overline{3b8} = 7d \times 2 - 3d = 11d \quad \begin{array}{l} \text{esta división se hizo por} \\ \text{exceso} \end{array}$$

## BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 10

$$\rightarrow d = 28 \wedge b = 0$$

Luego:

$$\overline{ab(a-1)} = 11d \times 1 + 7d = 18d = 18 \times 28 = 504$$

$$\rightarrow a = 5$$

$$\therefore a - b = 5 - 0 = 5$$

**Rpta.: E**

## Resolución 44:

Datos:

$$\bullet \text{ MCM}(A, B) = [\text{MCD}(A, B)]^2$$

$$\rightarrow dpq = d^2 \rightarrow p \times q = d$$

$$\bullet \text{ A} + \text{B} = 646 \rightarrow d(p + q) = 646$$

Reemplazando:

$$\begin{array}{ccc} & pq(p+q) = 646 \\ \swarrow \downarrow \downarrow & & \downarrow \\ 17 & 2 & 19 \rightarrow d = 17 \times 2 = 34 \end{array}$$

$$\therefore \text{MCM}(A, B) = 34 \times 17 \times 2 = 1156$$

**Rpta.: B**

## Resolución 45:

Por dato:

$$\text{MCM}\left(\frac{N}{2}; \frac{4N}{3}; \frac{3N}{5}\right) = 720$$

Multiplicamos por 30:

$$\rightarrow \text{MCM}(15N; 40N; 18N) = 720 \times 30$$

$$\rightarrow N \cdot \text{MCM}(15; 40; 18) = 720 \times 30$$

$$\rightarrow N \cdot 360 = 720 \times 30$$

$$\therefore N = 60$$

**Rpta.: E**

**Resolución 46:** Serán los números  $\mathbb{Z}^+$ : a y b.

Por dato:

$$\begin{aligned}
 & \bullet \quad a \times b = 12 \times \text{MCM}(a, b) \\
 & \quad \downarrow \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & \quad dp \ dq \quad \quad dpq \rightarrow d = 12 \\
 & \bullet \quad a + b = 6 \times \text{MCD}(a, b) \\
 & \quad \downarrow \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & \quad dp \ dq \quad \quad d \rightarrow p + q = 6 \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & \quad \quad \quad \quad \quad 5 \quad 1
 \end{aligned}$$

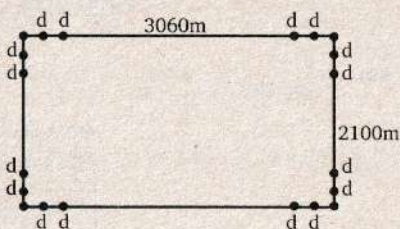
$$\rightarrow a = 12 \times 5 = 60$$

$$b = 12 \times 1 = 12$$

$\therefore$  El menor número es 12

**Rpta.: C**

**Resolución 47:**



d: máximo

d: divisor común de 3060 y 2100

$$\rightarrow d = \text{MCD}(3060; 2100) = 60\text{m}$$

Hallando el número de postes:

$$\frac{\text{Perímetro}}{d} = \frac{3060 \times 2 + 2100 \times 2}{60} = 172$$

$\therefore$  172 y 60

**Rpta.: B**

**Resolución 48:**

Del texto:

$$A = \underbrace{66 \dots 66}_7 = 7^{10} - 1$$

10 cifras

$$B = \underbrace{66 \dots 66}_7 = 7^{12} - 1$$

12 cifras

$$C = \underbrace{66 \dots 66}_7 = 7^{14} - 1$$

14 cifras

Hallando el MCD:

$$\text{MCD}(A, B, C) = 7^{\text{MCD}(10; 12; 14)} - 1 = 7^2 - 1 = 48$$

Además:

$$\overline{ab} = 48 \rightarrow a = 4 \wedge b = 8$$

$$\therefore a + b = 4 + 8 = 12$$

**Rpta.: B****Resolución 49:**

Por dato:

$$\frac{\text{MCM}(\overline{abc}; \overline{de})}{\text{MCD}(\overline{abc}; \overline{de})} = 221$$

$$\text{OBS: } \text{MCD}(\overline{abc}; \overline{de}) = m$$

$$\overline{abc} = m.p \quad p \text{ y } q$$

$$\overline{de} = m.q \quad \text{PESI}$$

$$\rightarrow \frac{mpq}{m} = 221 \rightarrow p \times q = 221 = 17 \times 13$$

Luego:

$$\overline{abc} = 17m \rightarrow 100 \leq 17m \leq 999$$

$$5, \dots \leq m \leq 58, \dots$$

$$\overline{de} = 13m \rightarrow 10 \leq 13m \leq 99$$

$$0, \dots \leq m \leq 7, \dots$$

$$\rightarrow \text{Sólo: } m = 6$$

$$\therefore \text{MCD}(\overline{abc}; \overline{de}) = 6$$

**Rpta.: D**

**Resolución 50:**

Sean los número : A y B

Datos:

$$\begin{aligned}
 &\bullet A + B = 50 \rightarrow d(p + q) = 50 \\
 &\bullet \underbrace{\text{MCM}(A, B)} = 21 \cdot \text{MCD}(A, B) \\
 &\quad dpq = 21 \times d \rightarrow p \times q = 21 \\
 &\quad \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 &\quad \quad \quad 7 \quad 3
 \end{aligned}$$

Luego:

$$d(7 + 3) = 50 \rightarrow d = 5$$

$$A = 5 \times 7 = 35 \wedge B = 5 \times 3 = 15$$

$$\therefore A - B = 20$$

**Rpta.: C****Resolución 51:**

Se tiene:

$$M = 4^\alpha \times 3^\beta \times 21 = 2^\alpha \times 3^{\beta+1} \times 7 \text{ D.C.}$$

$$N = 2^{2\alpha-1} \times 9^\beta \times 15 = 2^{2\alpha-1} \times 3^{2\beta+1} \times 5 \text{ D.C.}$$

Hallando el MCD:

$$\text{MCD}(M; N) = 2^{2\alpha-1} \times 3^{\beta+1}$$

Por dato:

$$2^{2\alpha-1} \times 3^{\beta+1} = 72 = 2^3 \times 3^2$$

$$\rightarrow \alpha = 2 \wedge \beta = 1$$

Hallando el MCM:

$$\begin{aligned}
 \text{MCM}(M; N) &= 2^{2\alpha} \times 3^{2\beta+1} \times 5 \times 7 \\
 &= 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{CD}_{\text{MCM}} = 5 \times 4 \times 2 \times 2 = 80$$

**Rpta.: E**

## BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 10

**Resolución 52:**

Datos:

$$\bullet \text{ MCD}(P;Q) = 165$$

$$\bullet \text{ MCD}(Q;R) = 385$$

Piden:

$$\text{MCD}(P;Q;R)$$

$$\text{MCD}(P;Q;R) = \text{MCD}[\underbrace{\text{MCD}(P;Q)}_{165}; \underbrace{\text{MCD}(Q;R)}_{385}]$$

$$\text{MCD}(P;Q;R) = \text{MCD}[165; 385]$$

$$\text{MCD}(P;Q;R) = 55 = 5 \times 11$$

$$\therefore \text{PD}_{55} = 55^2 = 55^2 = 3025$$

**Rpta.: A****Resolución 53:**

Dato:

$$\text{MCM}(\underbrace{15^8 \times 10^4}_{ab}) = 7 \times 25^6 \times 3^3 \times 2^4$$

$$\text{MCM}(2^4 \times 5^{12} \times 3^8; ab) = 2^4 \times 3^3 \times 5^{12} \times 7$$

Donde:

$$\overline{ab} = \overset{\circ}{7} = 7k \quad (2 \leq k \leq 14)$$

Pero:

$$k \neq 11; k \neq 13 \wedge k \neq 14$$

$$k: 2; 3; 4; 5; \dots; 10; 12$$

$$\rightarrow S = \underbrace{7 \times 2 + 7 \times 3 + \dots + 7 \times 10 + 7 \times 12}_{\text{arithmetic progression}}$$

$$S = \left( \frac{14 + 70}{2} \right) 9 + 84$$

$$\therefore S = 462$$

**Rpta.: B****Resolución 54:**

Se tiene:

$$M = \underbrace{33 \dots 33}_4 = 4^{16} - 1$$

16 cifras

$$N = \underbrace{33 \dots 33}_4 = 4^{19} - 1$$

19 cifras

Hallando el MCD:

$$\text{MCD}(M; N) = 4^{\text{MCD}(16; 19)} - 1 = 4^1 - 1 = 3$$

**Rpta.: D****Resolución 55:**

Datos:

- $P - Q = 72$
- $\text{MCM}(P, Q) - \text{MCD}(P, Q) = 3528$

Sea:

$$\text{MCM}(P; Q) = d \rightarrow P = d.a \quad a \text{ y } b$$

$$Q = d.b \quad \text{PESI}$$

Ademas:

$$\text{MCM}(P; Q) = d.a.b$$

$$\rightarrow d.a - d.b = 72 \rightarrow d(a - b) = 72 \quad \dots(1)$$

$$\rightarrow d.a.b - d = 3528$$

$$d(ab - 1) = 3528 \quad \dots(2)$$

$$\rightarrow \textcircled{2} : \textcircled{1} : \frac{ab - 1}{a - b} = \frac{49}{1} = \textcircled{\frac{98}{2}}$$

$$\rightarrow a = 11 \wedge b = 9 \quad \rightarrow d = 36$$

$$P = 36 \times 11$$

$$Q = 36 \times 9$$

$$\therefore P + Q = 36 \times 20 = 720$$

**Rpta.: C****Resolución 56:**

Del enunciado:

|            |               |       |      |     |
|------------|---------------|-------|------|-----|
|            | 5             | 4     | 3    | 3   |
| $nmp(n-1)$ | $(n+1)p(p+3)$ | $10d$ | $3d$ | $d$ |
|            | $10d$         | $3d$  | $d$  | $0$ |

$$\bullet \quad \overline{(n+1)p(p+3)} = (10d)4 + 3d = 43d$$

$$\bullet \quad \overline{nmp(n-1)} = (43d)5 + 10d = 225d = \overline{25}$$

Solo:  $\overline{p(n-1)} = 50 \rightarrow p = 5 \wedge n = 1$

Luego:  $258 = 43d \rightarrow d = 6$

$$\rightarrow \overline{1m50} = 225 \times 6 = 1350 \rightarrow m = 3$$

$$\therefore n + m + p = 1 + 3 + 5 = 9$$

**Rpta.: A**

### Resolución 57:

Sean los números:  $A$  y  $B$  ( $A > B$ )

Dato:  $A - B = 237$

Aplicando el algoritmo de Euclides:

|   |    |    |   |
|---|----|----|---|
|   | 12 | 3  | 2 |
| A | B  | 2d | d |
|   | 2d | d  | 0 |

$$B = 2d \times 3 + d$$

$$B = 7d$$

$$A = 7d \times 12 + 2d$$

$$A = 86d$$

$$\rightarrow 86d - 7d = 237 \rightarrow d = 3$$

Luego:  $A = 86 \times 3 = 258$

$$B = 7 \times 3 = 21$$

$$\therefore A + B = 279$$

**Rpta.: C**

### Resolución 58:

Si sale con Helena ahorra:

$$150 - 129 = 21$$

Si sale con Gabriela ahorra:

$$150 - 73 = 77$$

Consideremos que con Helena sale "a" días y con Gabriela "b" días. Luego:

$$21a + 77b = 1456$$

$$\rightarrow 3a + 11b = 208$$

Para hallar el mínimo número de días : b:máx. y a:mín.

$$\rightarrow 3a + \frac{a}{11} = \frac{a}{11} + 10 \rightarrow 3a = \frac{a}{11} + 10 + 11$$

$$\rightarrow 3a = \frac{a}{11} + 21 \rightarrow a = \frac{a}{11} + 7 \rightarrow \begin{matrix} a_{\min} = 7 \\ b_{\max} = 17 \end{matrix}$$

$$\rightarrow (a + b)_{\min} = 17 + 7 = 24$$

Para hallar el máximo número de días : a: máximo y b: mínimo

$$\rightarrow \frac{a}{3} + (\frac{a}{3} + 2)b = \frac{a}{3} + 1 \rightarrow 2b = \frac{a}{3} + 1$$

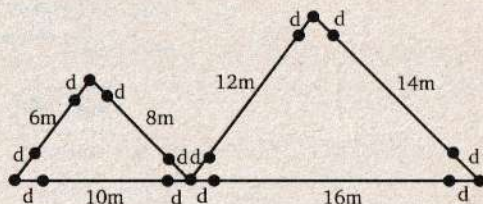
$$\rightarrow b_{\min} = 2 \rightarrow a_{\max} = 62$$

$$\rightarrow (a + b)_{\max} = 2 + 62 = 64$$

$\therefore$  24 y 64

**Rpta.: B**

### Resolución 59:



d: divisor común de 6; 8; 10; 12; 14 y 16

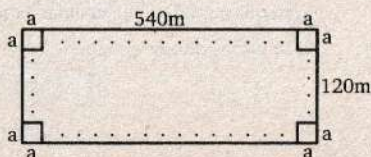
d: máximo

$$\rightarrow d = \text{MCD}(6; 8; 10; 12; 14; 16) = 2\text{m}$$

$$\therefore \text{N}^\circ \text{ Estacas} = \frac{6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16}{2} = 33$$

**Rpta.: B**

### Resolución 60:



Nº parcelas : m (400 < m < 500)

a: divisor común de 540 y 120

a: divisor del MCD de 540 y 120

a: divisor de 60

Además:

$$m = \frac{540 \times 120}{a^2}$$

$$\rightarrow 400 < \frac{540 \times 120}{a^2} < 500$$

$$\rightarrow \frac{1}{500} < \frac{a^2}{540 \times 120} < \frac{1}{400}$$

$$\rightarrow 11, \dots < a < 12, \dots \rightarrow a = 12$$

$$\rightarrow m = \frac{540 \times 120}{12^2} = 450$$

∴ El lado de la parcela mide 12m y en total hay 450 parcelas.

**Rpta.: A**

### Resolución 61:

| Día     | Precio de la<br>Entrada | Recaudación : |
|---------|-------------------------|---------------|
| Viernes | S/. 2a                  | S/. 3912      |
| Sábado  | S/. 3a                  | S/. 7200      |
| Domingo | S/. 3a                  | S/. 8280      |

Hallando el número de asistentes:

$$\frac{3912}{2a} + \frac{7200}{3a} + \frac{8280}{3a} = \frac{1956}{a} + \frac{2400}{a} + \frac{2760}{a}$$

Como la cantidad de personas es mínimo, entonces, "a" deber ser máximo y a su vez es divisor común de 1956 ; 2400 y 2760.

$$a = \text{MCD}(1956 ; 2400 ; 2760) = 12$$

$$\therefore \text{Número de asistentes: } \frac{1956 + 2400 + 2760}{12} = 593$$

**Rpta.: E**

### Resolución 62:

Se tiene:

$$A = \underbrace{444 \dots 444}_{108 \text{ cifras}}_{(9)}$$

$$B = \underbrace{444 \dots 444}_{144 \text{ cifras}}_{(9)}$$

Luego:

$$2A = \underbrace{888 \dots 888}_{108 \text{ cifras}}_{(9)} = 9^{108} - 1$$

$$2B = \underbrace{888 \dots 888}_{144 \text{ cifras}}_{(9)} = 9^{144} - 1$$

Hallando el MCD:

$$\text{MCD}(2A; 2B) = 9^{\text{MCD}(108; 144)} - 1 = 9^{36} - 1$$

$$\text{MCD}(2A; 2B) = \underbrace{888 \dots 888}_{36 \text{ cifras}}_9$$

Luego:

$$\text{MCD}(A, B) = \underbrace{444 \dots 444}_{36 \text{ cifras}}_9$$

$$CA(\underbrace{444 \dots 444}_{36 \text{ cifras}}) = \underbrace{444 \dots 445}_{36 \text{ cifras}}_9$$

Dato:

$$\overline{abc} = 4 \times 35 + 5 = 145$$

$$\therefore a + b + c = 10$$

**Rpta.: C**

**Resolución 63:**

Dato:

$$\text{MCM}(A; B) = \text{MCM}(5A; 13B)$$

Para que la igualdad se cumpla, el MCM en ambos casos deben tener como factores al 5 y al 13.

$$\rightarrow A = \overline{13} \wedge B = \overline{5}$$

Luego:

$$A = \overline{24ab} = \overline{13} \wedge a + b = 4$$

-1-4-31

Criterio por 13:

$$\rightarrow -2 - 16 - 3a + b = \overline{13} \rightarrow b - 3a = \overline{13} + 5$$

Sólo:

$$\left. \begin{array}{l} b - 3a = -8 \\ a + b = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 1 \end{array}$$

También:

$$B = \overline{aabbcc} = \overline{5} \quad \text{Sólo: } c = 5$$

Piden:

$$\text{MCD}(\overline{cb0}; \overline{abc})$$

$$\therefore \text{MCD}(510; 315) = 15$$

**Rpta.: C****Resolución 64:**

Reconstruyendo una tabla de algoritmo de Euclides:

División  
por exceso

|                       |                           |    |    |   |
|-----------------------|---------------------------|----|----|---|
|                       | 1                         | 1  | 2  | 3 |
| $\overline{(c+1)bad}$ | $\overline{cc(c+6)(c+6)}$ | 5d | 2d | d |
|                       | 5d                        | 3d | d  | 0 |

Donde:

$$\overline{cc(c+6)(c+6)} = 8d = \overline{8}$$

Criterio por 8:

$$\overline{c(c+6)(c+6)} = \overline{8}$$

4   2   1

$$\rightarrow 7c + \overbrace{18}^{\substack{8 \\ 8+2}} = \overbrace{8}^{\substack{8 \\ 8+2}} \rightarrow 7c = \overbrace{8}^{\substack{8 \\ 8+2}} + 6 \rightarrow c = 2$$

Luego :  $2288 = 8d \rightarrow d = 286$

También:

$$(c+1)bad = 13d = 13 \times 286 = 3718$$

$$\rightarrow b = 7 \quad a = 1 \quad d = 8$$

$$\therefore 3718 - 2288 = 1430$$

**Rpta.: D**

**Resolución 65:** Sean los cuadrados perfectos:  $a^2$  y  $b^2$

Dato:

$$\text{MCD}(a^2; b^2) = k^2$$

Propiedad:

$$\left. \begin{array}{l} a^2 = k^2 \cdot p \\ b^2 = k^2 \cdot q \end{array} \right\} p \text{ y } q \text{ son PESI}$$

Además:

$$a^2 + b^2 = 4640 \rightarrow k^2(p+q) = 4^2 \times 290$$

$$\rightarrow k = 4 \wedge p+q = 290$$

Como uno de los cuadrados perfectos es múltiplo de 11  $\rightarrow$  será múltiplo de 121. Luego:

$$p = 121 \wedge q = 169$$

Reemplazando:

$$a^2 = 4^2 \times 121 \wedge b = 4^2 \times 169$$

$$\therefore b - a = 4^2 \times 48 = 768$$

**Rpta.: C**

**Resolución 66:**

Del enunciado:

- $\text{MCM}(\overline{ab}; \overline{abab}) = m$   
 $\rightarrow \text{MCM}(\overline{ab}; 101.\overline{ab}) = m \rightarrow 101.\overline{ab} = m$
- $\text{MCD}(\overline{ab}; \overline{abab}) = d$   
 $\rightarrow \text{MCD}(\overline{ab}; 101.\overline{ab}) = d \rightarrow \overline{ab} = d$

Dato:

$$m \times d = 17069$$

Reemplazando:

$$101.\overline{ab}.\overline{ab} = 17069$$

Efectuando:

$$\overline{ab} = 13 \rightarrow a = 1; b = 3$$

$$\therefore a + b = 4$$

**Rpta.: D****Resolución 67:**

Dato:

$$\text{MCD}(\overline{mnn(n+1)0}; \overline{an90(n-1)}) = 105$$

Luego:

$$\overline{an90(n-1)} = \overline{105} = \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \rightarrow 5 \\ \searrow 7 \end{matrix}$$

Aplicando criterio por 5:

$$\rightarrow n \equiv 1 \vee n \equiv 6$$

$$\overline{mnn(n+1)0} = \overline{105} = \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \rightarrow 5 \\ \searrow 7 \end{matrix}$$

Sea :  $n = 1$ 

$$\rightarrow \overline{m1120} = \overline{7} \\ \begin{matrix} -3 & -1 & 1 & 3 \end{matrix}$$

Aplicando criterio por 7:

$$\rightarrow 3m = \overline{7} \rightarrow m = 7$$

Reemplazando:  $71120 \neq \overline{3}$  ¡No cumple!

Sólo:  $n = 6$

$$\rightarrow \overline{m6670} = \overline{7} \\ -3-1231$$

Aplicando criterio por 7:

$$\rightarrow 6 - 3m = \overline{7} \rightarrow m = 2$$

$$\rightarrow \overline{a6905} = \overline{7} \\ -3-1231$$

Aplicando criterio por 7:

$$\rightarrow 17 - 3a = \overline{7} \rightarrow a = 1$$

$$\therefore m + n + a = 2 + 6 + 1 = 9$$

**Rpta.: B**

### Resolución 68:

Datos:  $\text{MCD}[\overline{abcd}; (a-b)0(b-1)(a+c)a] = 495 \wedge$

"b" es máximo.

Luego:

$$\overline{(a-b)0(b-1)(a+c)a} = \overline{495} = \begin{matrix} \nearrow 5 \\ \searrow 99 \end{matrix}$$

Aplicando criterio por 5:  $a = 5$

Reemplazando:

$$\overline{(5-b)0(b-1)(5+c)5} = \overline{99}$$

Aplicando criterio por 99:

$$(5-b) + (b-1) + \overline{(5+c)5} = \overline{99}$$

$$\rightarrow \overline{(5+c)9} = \overline{99} \rightarrow c = 4$$

Como "b" es máximo:  $b = 4$

También:

$$\overline{abcd} = \overline{495}$$

$$\rightarrow \overline{544d} = \overline{495} \rightarrow d = 5$$

$$\therefore a + b + c + d = 18$$

**Rpta.: E****Resolución 69:**Sean los números: A y B ( $A > B$ )

Por dato:

$$\bullet \underbrace{\text{MCD}(A; B)} + \underbrace{\text{MCM}(A; B)} = 299$$

$$\rightarrow d + dpq = 299 = d(pq + 1)$$

$$\bullet \frac{A}{B} < 2 \rightarrow \frac{dp}{dq} < 2 \rightarrow \frac{p}{q} < 2$$

Entonces:

$$d(pq + 1) = 299 = 23 \times 13$$

Sólo:

$$d = 23 \wedge pq = 12 \rightarrow p = 4$$

$$q = 3$$

$$\rightarrow \text{MCM}(A; B) = 23 \times 4 \times 3 = 276$$

$$\therefore 2 + 7 + 6 = 15$$

**Rpta.: D****Resolución 70:**

Sean los números: A y B

Por dato:

$$\bullet \underbrace{\text{MCD}(A; B)} \times \underbrace{\text{MCM}(A; B)} = 432$$

$$d \times d.pq = 432 \rightarrow d^2 \times p \times q = \underline{432}$$

36 × 12

$$\bullet A + B = 42 \rightarrow dp + dq = 42$$

$$\rightarrow d(p + q) = 42$$

Cumplen:

$$d = 6 ; p = 4 \wedge q = 3$$

$$\rightarrow A = 6 \times 4 = \underbrace{24}_{\text{mayor}} \wedge B = 6 \times 3 = \underbrace{18}_{\text{menor}}$$

$$\therefore 1 + 8 = 9$$

**Rpta.: C****Resolución 71:**

Del enunciado:

$$\bullet \text{ MCD}(5616 ; N) = 234$$

Entonces:

$$5616 = 234 \times 24 \wedge N = 234 \times p$$

$\uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow$   
 PESI  $\rightarrow p \neq 2 \wedge p \neq 3$

Además:

$$234p < 5616 \rightarrow p < 23, \dots$$

$$\bullet \text{ MCM}(5616 ; N) > 61776$$

$$234 \times 24 \times p > 61776 \rightarrow p > 11$$

Valores de "p":

$$13; 17; 19; 23$$

$\therefore$  El número de soluciones para el menor de los números es 4.

**Rpta.: D****Resolución 72:**

Del texto:

$$\{A; B; C\} \subset \mathbb{Z}^+$$

Además:

$$A = 5k; B = 7k; C = 13k$$

Datos:

$$\bullet \text{ MCD}(A + B; B + C) + \text{MCM}(A; A + C) = 564$$

$$\rightarrow \text{MCD}(12k; 20k) + \text{MCM}(5k; 18k) = 564$$

$$\rightarrow 4k + 90k = 564 \rightarrow k = 6$$

Luego:

$$\text{MCM}(A, B, C) = \text{MCM}(5k; 7k; 13k)$$

$$\text{MCM}(A, B, C) = 5 \times 7 \times 13 \times k = 455k = 455 \times 6$$

$$\text{MCM}(A; B; C) = 2730$$

$$\therefore 2 + 7 + 3 + 0 = 12$$

**Rpta.: B**

### Resolución 73:

Sean los números: A y B

Aplicando el algoritmo de Euclides para el cálculo del MCD:

|   |    |    |    |    |       |
|---|----|----|----|----|-------|
|   | 2  | 1  | 1  | 3  |       |
| A | B  | 60 | 45 | 15 | → MCD |
|   | 60 | 45 | 15 | 0  |       |

penúltimo residuo ←

$$\rightarrow B = 60 \times 1 + 45 = 105$$

$$\rightarrow A = 105 \times 2 + 60 = 270$$

$$\therefore A + B = 375$$

**Rpta.: B**

### Resolución 74:

Indicando el valor de verdad de cada proposición:

$$\text{I. } A \times B \times C = \text{MCD}(A; B; C) \times \text{MCM}(A; B; C)$$

→ No siempre se cumple; sólo se cumple siempre para dos números  $Z^+$  → ES FALSA.

$$\text{II. } \text{MCD}(\overline{ab}; \overline{b(a-2)}) = 13$$

$$\rightarrow \overline{ab} = 13p \wedge \overline{b(a-2)} = 13q$$

$$\begin{array}{ccccccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ 39 & 3 & 9 & 1 & 7 \end{array}$$

$$\rightarrow a + b = 12 \rightarrow \text{ES FALSA}$$

$$\text{III. MCM}[(3^6 - 1); (3^4 - 1)] = 3^{12} - 1$$

→ No se aplica dicha propiedad al MCM sólo  
se aplica para el MCD → ES FALSA.

∴ FFF

**Rpta.: C**

### Resolución 75:

Sean los números: A, B y C

Deben ser los menores números.

Dato:

$$\text{MCD}(A, B, C) = 18 = 2 \times 3^2$$

Además:

$$\text{CD}_A = 10 = (1+1)(4+1) \rightarrow A = 2 \times 3^4 = 162$$

$$\text{CD}_B = 15 = (2+1)(4+1) \rightarrow B = 2^4 \times 3^2 = 144$$

$$\text{CD}_C = 18 = (1+1)(2+1)(2+1) \rightarrow C = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

$$\therefore A + B + C = 486$$

**Rpta.: C**

### Resolución 76:

Indicando el valor de verdad de cada proposición:

$$\text{I. Si } a \in \mathbb{Z} \wedge a \neq 0 \rightarrow \text{MCD}(0; a) = |a|$$

$$\text{Como: } a \mid 0 \rightarrow \text{MCD}(a; 0) = |a|$$

→ ES VERDADERA

II. Veamos:

$$a = 6; b = 8; c = 6$$

$$\text{MCD}(6; 14) = 2$$

$$\text{MCD}(6; 8) = 2$$

$$\text{MCD}(6; 6) = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{MCD}(6; 14) = 2 \\ \text{MCD}(6; 8) = 2 \\ \text{MCD}(6; 6) = 6 \end{array} \right\} \text{MCD}(6; 14) \neq \text{MCD}(6; 8) + \text{MCD}(6; 6)$$

→ ES FALSA

III. Veamos:

$$\begin{aligned} \text{MCD}(a; b) = d &\rightarrow a = dp \\ &\quad p \text{ y } q \text{ PESI} \\ &\quad b = dq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{MCD}(a^n; b^n) &= \text{MCD}(d^n p^n; d^n q^n) \\ &= d^n \cdot \text{MCD}(p^n; q^n) \\ &= d^n \end{aligned}$$

→ Es verdadera

∴ VFV

**Rpta.: B****Resolución 77:**

Datos:

- $B^2 + C^2 = 1373$
- $A^2 + B^2 = 1730$

Para que  $A^2 + B^2$  nos de un resultado par, sabiendo además que A; B y C son números primos, entonces, A y B deben ser impares, en consecuencia C debe ser par.

$$\rightarrow C = 2 \rightarrow B^2 + 2^2 = 1373 \rightarrow B = 37$$

$$\rightarrow A^2 + 37^2 = 1730 \rightarrow A = 19$$

$$\therefore A - B = 19 - 37 = -18$$

**Rpta.: B****Resolución 78:**

Sean:

A → Numeral de 3 cifras

B → Numeral de 2 cifras

Por dato:

- $A + B = 1022$
- $\text{MCD}(A, B) = 6 \rightarrow A = \overset{\circ}{6} \wedge B = \overset{\circ}{6}$

$$\bullet \text{ CA}(A) \times \text{CA}(B) = 1296$$

$$\underbrace{(1000 - A)}_6 \underbrace{(100 - B)}_6 = 1296 = 2^4 \times 3^4$$

Luego:

$$\left. \begin{array}{l} 1000 - A = 3^3 \times 2 \\ 100 - B = 2^3 \times 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} A = 946 \\ B = 76 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1000 - A = 2^3 \times 3 \\ 100 - B = 3^3 \times 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} A = 976 \\ B = 46 \end{array}$$

$$\therefore A - B = \begin{cases} 870 \\ 930 \end{cases}$$

**Rpta.: D**

### Resolución 79:

Dato:

$$\text{MCM}[\overline{abc}; (a+3)(b+2)(c-5)] = 2700$$

$$\rightarrow \text{MCM}[\overline{abc}; \overline{abc} + 315] = 2700$$

Por propiedad:

$$\begin{array}{c} \text{PESI} \\ \hline \underbrace{2700 = \overline{abc} \times p}_{2^2 \times 3^3 \times 5^2 \quad 225 \quad 12} \wedge \underbrace{2700 = (\overline{abc} + 315) \times q}_{2^2 \times 3^3 \times 5^2 \quad 540 \quad 5} \end{array}$$

$$\rightarrow \overline{abc} = 225$$

$$\rightarrow a = 2; b = 2; c = 5$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

**Rpta.: C**

### Resolución 80:

Se tiene:

$$\bullet \text{ MCD}(A; B) = 6 \rightarrow A = 6p \wedge B = 6q$$

p y q PESI

$$\bullet A^2 - B^2 = 252$$

$$(6p)^2 - (6q)^2 = 252 \rightarrow p^2 - q^2 = 7 \rightarrow p = 4$$

$$q = 3$$

Luego:

$$\left. \begin{array}{l} A = 6 \times 4 = 24 \\ B = 6 \times 3 = 18 \end{array} \right\} A + B = 42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$\therefore SD_{\text{primos}} = 2 + 3 + 7 = 12$$

**Rpta.: B**

### Resolución 81:

Sean los números:  $A$  y  $B$  ( $A > B$ )

Datos:

- $B = \overset{\circ}{9}$
- $MCM(A, B) = 360$
- $MCD(A, B) = 12 \rightarrow A = \overset{\circ}{12} \wedge B = \overset{\circ}{12}$   
 $\rightarrow B = \overset{\circ}{36}$

Propiedad:

$$\frac{A \times B}{120 \quad 36} = \frac{360 \times 12}{\text{única solución!}}$$

$$\therefore A = 120$$

**Rpta.: B**

### Resolución 82:

Datos:

- $MCD(A, B) = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
- $MCM(A, B) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Sabemos:

$$MCM(A, B) = MCD(A, B) \cdot p \cdot q \quad (p \neq q \text{ PESI})$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot p \cdot q$$

$$\rightarrow p \cdot q = \frac{2n+1}{3}$$

Además:

$$7 < n < 13 \wedge A > B$$

Sólo cumple:

$$n = 10$$

$$\rightarrow \text{MCD}(A, B) = 55; \begin{matrix} p \times q = 7 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 7 \quad 1 \end{matrix}$$

$$\rightarrow A = 55 \times 7 = 385$$

$$B = 55 \times 1 = 55$$

$$\therefore \text{Suma de cifras de A: } 3 + 8 + 5 = 16$$

**Rpta.: C****Resolución 83:**

Dato:

$$\bullet \text{MCD}(P; Q) = \text{CD}_{\text{comunes de 180 y 315}}$$

Sabemos:

$$\text{CD}_{\text{comunes de 180 y 315}} = \text{CD}_{\text{MCD}(180; 315)}$$

$$\rightarrow \text{MCD}(180; 315) = 45 = \frac{3^2 \times 5}{\text{DC}}$$

$$\rightarrow \text{MCD}(P; Q) = (2 + 1)(1 + 1) = 6$$

Reconstruyendo la tabla del algoritmo de Euclides:

|   |   |    |    |   |       |
|---|---|----|----|---|-------|
|   | 3 | 1  | 2  | 2 |       |
| P | Q | 30 | 12 | 6 | → MCD |
|   |   | 30 | 12 | 6 | 0     |

$$\rightarrow Q = 30 \times 1 + 12 = 42$$

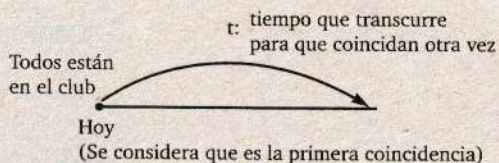
$$\rightarrow P = 42 \times 3 + 30 = 156$$

$$\therefore P - Q = 156 - 42 = 114$$

**Rpta.: C**

**Resolución 84:**

Luisa acude cada día.  
 Melissa acude cada dos días.  
 Fernando acude cada tres días.  
 Enrique acude cada cuatro días.  
 Luis acude cada 5 días.  
 José acude cada 6 días.  
 Elena acude cada 7 días.  
 Luego :



$$\rightarrow t = \text{MCM}(1; 2; 3; 4; 5; 6; 7) = 420$$

Para que coincidan por 3<sup>ra</sup> vez transcurren:

$$420 + 420 = 840 \text{ días}$$

**Rpta.: E**

**Resolución 85:**

Consideremos:

$$\text{MCD}(A, B) = d \wedge \text{MCM}(A; B) = m$$

Multiplicando los números por 8, el MCM aumenta en 22932 y el MCD aumenta en 252.

Luego:

- $\text{MCD}(8A; 8B) = 8d = d + 252 \rightarrow d = 36$
- $\text{MCM}(8A; 8B) = 8m = m + 22932 \rightarrow m = 3276$

Además:

$$\text{MCD}(A, B) = 36 \rightarrow A = 36p \quad p \text{ y } q$$

$$B = 36q \quad \text{PESI}$$

También:

$$\text{MCM}(A, B) = 3276$$

$$\rightarrow 36 \times p \times q = 3276 \rightarrow p \times q = 91$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 7 & 13 \end{array}$$

$$\rightarrow A = 36 \times 7 = 252$$

$$B = 36 \times 13 = 468$$

$$\therefore 2 + 5 + 2 + 4 + 6 + 8 = 27$$

**Rpta.: C**

### Resolución 86:

Sean los números: A; B y C

Donde:  $A < B < C$

Por dato:  $C - B = 26 = \frac{a}{13}$

$$C - A = 64 = \frac{a}{13}$$

$$\rightarrow \text{MCD}(A; B; C) = \frac{a}{13} = 13$$

También:

$$\text{MCM}(A, B, C) - \text{MCD}(A, B, C) = m \times n \times p$$

Pero:

$$\underbrace{m; n; p}_{\substack{10 \quad 10}} \wedge C_{11}^n = 78 = \frac{n!}{(n-11) \cdot 11!}$$

$$\rightarrow \text{Cumple: } n = 13 \rightarrow m = 3 \wedge p = 23$$

Luego:

$$\text{MCM}(A, B, C) = 3 \times 13 \times 23 + 13$$

$$= 70 \times 13$$

$$\text{MCM}(A, B, C) = 2 \times 5 \times 7 \times 13$$

Se sabe:

$$2 \times 5 \times 7 \times 13 = A.p = B.q = C.r$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 26 & 65 & 91 \end{array}$$

$\therefore$  El mayor es 91

**Rpta.: C**

**Resolución 87:**

Datos:

$$\bullet \text{ MCD}(A, B) = t^2 \rightarrow A = t^2 \cdot p \quad p \text{ y } q$$

$$B = t^2 \cdot q \quad \text{PESI}$$

Observe:

$$n \cdot B = n \cdot t^2 \cdot q$$

Luego:

$$A + nB = t^2(p + nq)$$

$$A + nB - B = t^2(p + nq - q)$$

$$\therefore \text{MCD}[(A + nB), (A + nB - B)] = t^2$$

**Rpta.: C****Resolución 88:**

Se tiene:

$$\bullet \text{ MCM}(A, B, C) = 22932 = 28 \underbrace{(3^2 \times 7 \times 13)}_{\text{PESI 2 a 2}}$$

$$\bullet \text{ MCD}(A, C) = 28$$

$$\bullet \text{ MCD}(A, B) = 28 \quad \text{OBS: } A; B \text{ y } C \text{ son mayores que } 28.$$

$$\bullet \text{ MCD}(B, C) = 28$$

Observe que A; B y C son múltiplos de 28. Luego:

$$A = 28 \times 3^2 = 252$$

$$B = 28 \times 7 = 196$$

$$C = 28 \times 13 = 364$$

$$\therefore \text{El menor número es } 196$$

**Rpta.: B****Resolución 89:**

Sea el numeral:

$$\overline{abc0}$$

Datos:

$$\bullet \overline{abc0} = \overset{\circ}{6} \rightarrow \overline{abc0} = \overset{\circ}{6} + 6$$

$$\bullet \overline{abc1} = \overset{\circ}{7} \rightarrow \overline{abc0} = \overset{\circ}{7} + 6$$

$$\cdot \overline{abc2} = \overline{8} \rightarrow \overline{abc0} = \overline{8} + 6$$

$$\rightarrow \overline{abc0} = \overline{MCM(6;7;8)} + 6 = \overline{168} + 6$$

$$\overline{abc0} = 168k + 6 (k = \dots 3 \vee k = \dots 8)$$

$$\rightarrow 13; 23; 33; 43; 53;$$

$$18; 28; 38; 48; 58$$

$\therefore$  Son 10 números

**Rpta.: B**

### Resolución 90:

Dato:

$$MCM(500 - N; 770 - N) = 1053$$

Por propiedad:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \text{PESI} & & & \\ & & & \downarrow & & \downarrow & \\ \underbrace{1053}_{3^4 \times 13} = \underbrace{(500 - N)}_{81} \cdot \underbrace{m}_{13} = \underbrace{(770 - N)}_{351} \cdot \underbrace{n}_3 \end{array}$$

$$\rightarrow N = 419$$

$$\therefore 4 + 1 + 9 = 14$$

**Rpta.: D**

### Resolución 91:

Tenemos:

$$\underbrace{99 \dots 99}_{180 \text{ cifras}} = 10^{180} - 1$$

$$\underbrace{99 \dots 99}_{200 \text{ cifras}} = 10^{200} - 1$$

$$\underbrace{99 \dots 99}_{300 \text{ cifras}} = 10^{300} - 1$$

Luego:

$$MCD(10^{180} - 1; 10^{200} - 1; 10^{300} - 1) =$$

$$10^{MCD(180; 200; 300)} - 1 = 10^{20} - 1$$

$$\rightarrow \text{MCD}(10^{180} - 1; 10^{200} - 1; 10^{300} - 1) = \underbrace{99\dots99}_{20 \text{ cifras}}$$

∴ El MCD es un número al que tiene 20 cifras nuevas

**Rpta.: ?**

**Resolución 92:**

Se tiene:

- $\text{MCD}(7A; 35B) = 840$

Dividimos entre 7:

$$\text{MCD}(A; 5B) = 1200$$

- $\text{MCM}(5A; 25B) = 1200$

Dividimos entre 5

$$\text{MCM}(A; 5B) = 240$$

Luego:

$$A \times 5B = 120 \times 240 \rightarrow A \times B = 5760$$

$$\rightarrow N = 2^7 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore \text{CD}_{\text{compuesto}} = (7+1)(2+1)(1+1) - 4 = 44$$

**Rpta.: B**

**Resolución 93:**

Sea el número de plantas de lechuga:  $N$

Datos:

- $N < 8000$

$$\left. \begin{array}{l} N = \overline{11} - 1 \\ N = \overline{13} + 12 = \overline{13} - 1 \\ N = \overline{7} - 1 \\ N = \overline{12} \end{array} \right\} \begin{array}{l} N = \overline{1001} - 1 \\ N = 1001k - 1 \end{array}$$

$$\rightarrow 1001k - 1 = \overline{12}$$

$$(\overline{12} + 5)k - 1 = \overline{12} \rightarrow \overline{12} + 5k = \overline{12} + 1$$

$$\rightarrow 5k = \frac{0}{12} + 1 = \frac{0}{12} + 1 + 24 = \frac{0}{12} + 25$$

$$\rightarrow k = \frac{0}{12} + 5 \rightarrow k = 5$$

$$\rightarrow N = 1001 \times 5 - 1 = 5004$$

$$\therefore 5 + 0 + 0 + 4 = 9$$

**Rpta.: A**

**Resolución 94:**

Sean los números : A y B ( $A > B$ )

Dato:

$$\text{MCM}(A, B) = 85440$$

Reconstruyendo la tabla del algoritmo de Euclides:

División por exceso

|   |     |     |    |   |
|---|-----|-----|----|---|
|   | 2   | 6   | 3  | 5 |
| A | B   | 14d | 5d | d |
|   | 14d | 5d  | d  | 0 |

$$B = 14d \times 6 + 5d = 89d$$

$$A = 89d \times 2 + 14d = 192d$$

Luego:

$$\text{MCM}(192d ; 89d) = 85440 = d \times 192 \times 89$$

$$\rightarrow d = 5$$

$$\rightarrow A = 192 \times 5 = 960$$

$$\therefore 9 + 6 + 0 = 15$$

**Rpta.: B**

**Resolución 95:**

Tenemos:

$$p = \underbrace{66 \dots 66}_{213 \text{ cifras}}_{(7)} = 7^{213} - 1$$

$$q = \underbrace{66 \dots 66}_{216 \text{ cifras}}_{(7)} = 7^{216} - 1$$

Hallando el MCD:

$$\text{MCD}(p; q) = 7^{\text{MCD}(213; 216)} - 1$$

$$\text{MCD}(p; q) = 7^3 - 1 = 342 = 2 \times 3^2 \times 19$$

Piden:

$$\text{SD}_{\text{comunes de } p \text{ y } q}$$

$$\rightarrow \text{SD}_{\text{comunes de } p \text{ y } q} = \text{SD}_{\text{MCD}(p, q)}$$

$$= \frac{2^2 - 1}{2 - 1} \times \frac{3^3 - 1}{3 - 1} \times \frac{19^2 - 1}{19 - 1}$$

$$\therefore \text{SD}_{\text{comunes de } p \text{ y } q} = 780$$

**Rpta.: C****Resolución 96:**

Tenemos:

$$\bullet \frac{\text{MCM}(x; y)}{x} = \frac{80}{10} = 8$$

$$\bullet \frac{\text{MCM}(x; y)}{y} = \frac{50}{10} = 5$$

Dividimos:

$$\frac{y}{x} = \frac{8}{5} \quad y = 8k$$

$$x = 5k$$

Dato:

$$\text{MCD}(3x; 4y) = 90$$

$$\rightarrow \text{MCD}(15k; 32k) = 90 \rightarrow k = 90$$

$$\text{MCM}(x; y) = \text{MCM}(5k; 8k)$$

$$= k \times 5 \times 8 = 90 \times 5 \times 8$$

$$= 3600$$

$$\therefore 3 + 6 + 0 + 0 = 9$$

**Rpta.: A**

## Resolución 97:

Del texto:

$$\bullet \text{ MCD}(A; B) = \frac{k+2}{2}$$

$$\bullet \text{ MCD}(C; D) = \frac{2k-5}{3}$$

$$\bullet \text{ MCD}(A; B; C; D) = 9$$

$$\text{MCD}[\text{MCD}(A, B); \text{MCD}(C, D)] = 9$$

$$\text{MCD}\left[\frac{k+2}{2}; \frac{2k-5}{3}\right] = 9$$

Multiplico  $\times 6$ 

$$\text{MCD}[3(k+2); 2(2k-5)] = 54$$

$$\rightarrow 3(k+2) = \frac{54}{1} \rightarrow k+2 = \frac{54}{3}$$

$$k = \frac{54}{3} - 2$$

$$k = \frac{54}{3} + 16$$

$$\rightarrow 2(2k-5) = \frac{54}{1} \rightarrow 2k-5 = \frac{54}{2}$$

$$2k = \frac{54}{2} + 5 = \frac{54}{2} + \frac{10}{2}$$

$$k = \frac{54}{2} - 11 = \frac{54}{2} + 16$$

Luego:

$$k = \frac{54}{2} + 16 = 54 \times 2 + 16$$

$$\therefore k = 124$$

Rpta.: B

## Resolución 98:

Se tiene:

$$A = 12 \times 45^n = 2^2 \times 3^{2n+1} \times 5^n$$

$$B = 12^n \times 45 = 2^{2n} \times 3^{n+2} \times 5$$

Hallando el MCM:

$$\text{MCM}(A; B) = 2^{2n} \times 3^{2n+1} \times 5^n$$

Dato:

$$\text{CD}_{\text{MCM}(A, B)} = 450$$

$$\rightarrow (2n+1)(2n+2)(n+1) = 450$$

$$\rightarrow (2n+1)(n+1)^2 = 225 = 9 \times 25 \rightarrow n = 4$$

Luego:

$$A = 2^2 \times 3^9 \times 5^4$$

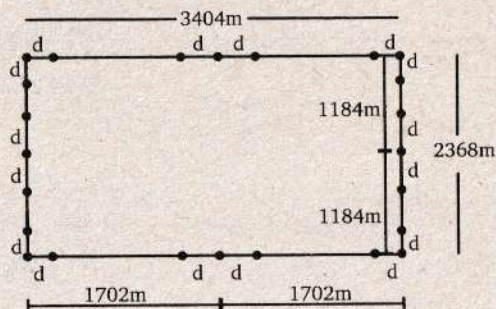
$$B = 2^8 \times 3^6 \times 5$$

$$\therefore \text{MCD}(A, B) = 2^2 \times 3^6 \times 5 = 14580$$

**Rpta.: D**

### Resolución 99:

Graficando:



Dato :

$$30 < d < 40$$

- $d$ : divisor común de 1702 y 1184
- $d$ : divisor del MCD de 1702 y 1184

$$\rightarrow \text{MCD}(1702; 1184) = 74$$

- $d$ : divisor de 74

$$\rightarrow d = 37\text{m}$$

El número de estacas es:

$$\frac{(3404 + 2368)2}{37} = 312$$

**Rpta.: B**

**Resolución 100:** Sean los números :  $A; B$  y  $C$

Donde:

$$A > B > C$$

Por dato:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet A \times B \times C = 6256 \\ \bullet B \times C = 272 \end{array} \right\} A = 23$$

Como:

$$B \times C = 272 \wedge 23 > B > C$$

Solo:

$$B = 17 \wedge C = 16$$

Luego:

$$\text{MCM}(23; 16) = 368$$

$$\text{MCD}(17; 16) = 1$$

$$\therefore 368 + 1 = 369$$

**Rpta.: A**

## PROBLEMAS PROPUESTOS

- Si: MCD (54k; 90k ; 126k) es 810, calcule la suma de cifras del menor de los 3 números.  
A) 9      B) 18      C) 27  
D) 15      E) 12
- ¿Cuántos pares de números existen que sumen 396 y que tengan como MCD a 44?  
A) 2      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 6
- Calcule el mayor de 2 números que tienen como MCD a 45 y poseen 9 y 10 divisores.  
A) 225      B) 375      C) 405  
D) 550      E) 625
- El MCD de  $\overline{1a7a}$  y  $\overline{b3(b+2)}$  es un número capicúa de dos cifras. ¿Cuál es la suma de a y b?  
A) 10      B) 11      C) 12  
D) 13      E) 14
- Calcular dos números enteros menores que 200, sabiendo que su MCD es 12 y la diferencia de sus cuadrados es 7344.  
Dé como respuesta el mayor de dichos números.  
A) 120      B) 144      C) 96  
D) 84      E) 132
- Al calcular el MCD de dos números coprimos mediante el algoritmo euclidiano los cocientes sucesivos fueron: 2 ; 1 ; 2 ; 8 y 5. La suma de cifras del mayor número es:  
A) 6      B) 7      C) 8  
D) 9      E) 10
- Los cocientes sucesivos obtenidos al calcular el MCD de 2 números mediante el algoritmo de Euclides fueron 3 ; 1 y 2. Si la suma de los 2 números es un número capicúa de cuatro cifras significativas no múltiplo de 3 ni de 4.  
Calcule la diferencia dichos números.  
A) 5016      B) 3258      C) 2728  
D) 4236      E) 2356
- Al calcular el MCD de dos números enteros mediante las divisiones sucesivas, los cocientes fueron 2 ; 1 ; 2 y 3. Si el mayor de los números es de la forma  $\overline{(a+1)a(a+2)}$ , dé como respuesta el MCD.  
A) 1      B) 20      C) 12  
D) 8      E) 15
- Calcular  $A - B$ , si  $A = 2 \cdot 3^a \cdot 5^b$ ,  
 $B = 2^c \cdot 3 \cdot 5$  y MCM (A, B) = 180.  
A) 30      B) 45      C) 75  
D) 60      E) 90

10. Calcular cuántos múltiplos comunes de 3 cifras tienen los números 12 ; 20 ; 24 y 30.
- A) 5            B) 6            C) 7  
D) 8            E) 9
11. La relación de dos números es  $5/8$  y su MCM es 840. ¿Cuál es el mayor de los números?
- A) 152        B) 160        C) 168  
D) 1764       E) 184
12. El MCM de 4 enteros que forman una progresión aritmética es 432. El mayor de ellos es 4 veces el menor. Calcule la suma de los 4 enteros?
- A) 360        B) 340        C) 240  
D) 260        E) 250
13. Si se sabe que:  
 $A=6B$  y  $MCM(A ; B)=762$ , calcule la suma de cifras de A.
- A) 10        B) 15        C) 18  
D) 20        E) 24
14. Dados los números:  
 $A=12^n \cdot 30$  y  $B=12 \cdot 30^n$ , se sabe que:  
 $MCM(A ; B)=1000 \cdot MCD(A ; B)$ .  
Calcule el valor de "n".
- A) 1            B) 2            C) 3  
D) 4            E) 5
15. El producto de dos números es 8 veces su MCM y la suma de dichos números es 6 veces su MCD. Calcule los números.
- A) 9 y 50    B) 3 y 180    C) 1 y 100  
D) 6 y 120    E) 8 y 40
16. Sabiendo que:  $MCD(35A ; 5B)=70$  y además  $MCM(42A ; 6B)=504$ , calcule A.B.
- A) 168        B) 74        C) 84  
D) 12        E) 316
17. La suma del MCD y del MCM de dos números es 92 y el cociente del MCM entre el MCD es 45. Calcule la suma de los números.
- A) 32        B) 14        C) 82  
D) 28        E) 15
18. Se han plantado árboles igualmente espaciados en el contorno de un campo triangular cuyos lados miden: 120m; 160m y 200m. Si se sabe que hay un árbol en cada vértice y que la distancia entre dos árboles en cualquiera de los lados está comprendida entre 5 y 10 metros, calcule el número de árboles plantados.
- A) 45        B) 50        C) 55  
D) 60        E) 65
19. Se tiene 3 cajas de galletas sueltas con 288, 360 y 408 unidades, desea venderse en paquetes pequeños de igual cantidad, que estén contenidas exactamente en cada una de las cajas. ¿Cuál es el menor número de paquetes que se obtiene, sin desperdiciar galletas?
- A) 24        B) 32        C) 44  
D) 47        E) 50

20. Tres carros salen en un cierto día y al mismo tiempo de una población para hacer servicio de 3 líneas distintas. El primero tarda 7 horas en volver al punto de partida y se detiene en éste 1 hora.

El segundo tarda 10 horas y se detiene 2, y el tercero tarda 12 horas y se detiene 3. ¿Cada cuánto tiempo saldrán a la vez los 3 carros de dicha población?

A) 5 días    B) 2 días    C) 6 días  
D) 8 días    E) 4 días

21. Una línea de autobuses tienen paradero cada 200m; partiendo del paradero inicial, cada 700m hay una avenida principal. ¿Cuántas avenidas principales donde exista un paradero cruza un ómnibus entre el paradero inicial y final, si la distancia entre éstos es 30km?

A) 18    B) 19    C) 20  
D) 21    E) 22

22. La suma de las cifras del MCD (840, 336, 560) es:

A) 5    B) 6    C) 10  
D) 11    E) 12

23. El M.C.D de  $2^4 \cdot 5^5 \cdot 7^2$ , 8400 y  $2^5 \cdot 5^4 \cdot 7^3$  es:

A)  $2^4 \cdot 5^2 \cdot 7$     B)  $2^4 \cdot 5 \cdot 7^2$   
C)  $2^4 \cdot 5^3 \cdot 7$   
D)  $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$     E)  $2^4 \cdot 5 \cdot 7$

24. Se tienen tres cajas de lápices que contienen 1666, 1530 y 3978 lápices respectivamente, los cuales están agrupados en paquetes, todos iguales, siendo el número de lápices por paquete un número que está entre 10 y 25. El número de paquetes, es:

A) 211    B) 49    C) 117  
D) 45    E) 422

25. Un terreno rectangular que mide 360m de largo y 240m de ancho, debe ser dividido en lotes cuadrados, lo más grandes posibles. El número de lotes que se obtendrán es:

A) 10    B) 9    C) 8  
D) 7    E) 6

26. Se tienen 180, 240 y 300 litros de vino en tres pipas de roble. Se desea envasarlo en botellas de vidrio, cuya capacidad es menor que 10 litros, de manera tal que no falte, ni sobre vino; si además el número de botellas debe ser el menor posible, ¿cuántos envases se necesitan?

A) 120    B) 110    C) 130  
D) 140    E) 150

27. ¿Cuántos divisores comunes tienen los números 540, 720 y 1260?

A) 12    B) 18    C) 20  
D) 24    E) 15

28. Dados los numerales  $A=24^n$  .30 y  $B=30^n$ .14, la cantidad de divisores comunes resulta 126. Calcule el valor de "n"
- A) 3      B) 4      C) 5  
D) 6      E) 7
29. Siendo el MCM de 2 número primos entre sí igual a 68, determina su suma.
- A) 36      B) 19      C) 17  
D) 21      E) 32
30. Al calcular el MCD de dos números coprimos "mediante" el algoritmo euclidiano los cocientes sucesivos fueron: 2 ; 1 ; 2 ; 8 y 5. La suma de cifras del mayor número es :
- A) 6      B) 7      C) 8  
D) 9      E) 10
31. Encontrar la semidiferencia de dos números sabiendo que su MCD es 48 y su MCM es 4032. Se sabe además que ambos son menores que 650.
- A) 120      B) 160      C) 140  
D) 180      E) 190
32. Un número excede a otro en 44 unidades y la diferencia de su MCM y su MCD es 500. Halle dichos números e indique su suma.
- A) 77      B) 99      C) 110  
D) 100      E) 144
33. Halle la diferencia de 2 números sabiendo que el producto de ellos es igual a 11 veces su MCM y que su suma es igual a 4 veces el MCD.
- A) 32      B) 22      C) 140  
D) 12      E) 36
34. Se han colocado postes igualmente espaciados en el contorno de un campo triangular cuyos lados miden 210; 270 y 300 metros. Sabiendo que hay un poste en cada vértice y que la distancia entre poste y poste es la mayor posible. ¿Cuántos postes se colocaron?
- A) 30      B) 26      C) 25  
D) 23      E) 27
35. En un auditorio hay menos de 700 personas. Si se cuenta de 6 en 6, de 8 en 8, de 10 en 10 ó de 12 en 12 siempre sobran 5, pero si se cuenta de 11 en 11 no sobra ninguno. ¿Cuántas personas hay?
- A) 506      B) 660      C) 525  
D) 485      E) 605
36. Se dispone de un terreno rectangular de dimensiones  $480 \times 72m$  y se desea sembrar íntegramente con árboles a lo largo y ancho del terreno de modo que haya uno en cada vértice. ¿Cuántos árboles serán necesarios si se desea emplear la menor cantidad posible de ellos?
- A) 80      B) 89      C) 88  
D) 84      E) 82

37. En un cine por concepto de entrada se ha recaudado en 3 días: S/.968; S/. 808; S/. 904. ¿Cuántas personas ha asistido en los 3 días sabiendo que el precio de la entrada está comprendida entre 5 y 10 soles?
- A) 330      B) 335      C) 340  
D) 350                      E) 360
38. Si:  $\text{MCD de } \overline{abc} \text{ y } \overline{cba} \text{ es } 66$ . Si la diferencia de los números es  $\overline{1xy}$ , halle  $a \times b \times c$
- A) 96      B) 72      C) 100  
D) 48                      E) 54
39. Indicar cuál es el menor número no divisible por 4, 6, 9, 12 y 15, de tal manera que el dividirlo por éstos de siempre el mismo residuo.
- A) 91      B) 361      C) 179  
D) 181                      E) 241
40. Halle:  $(m+n)$ , si el MCM de  $\overline{mn}$  y  $\overline{nm}$  es 252.
- A) 6      B) 9      C) 12  
D) 15                      E) 18
41. La suma de dos números es 1248 y los cocientes sucesivos al calcular el MCD por el algoritmo de Euclides son 2; 6; 1; 1 y 2. Indique la diferencia de los números.
- A) 396      B) 162      C) 426  
D) 456                      E) 315
42. Al calcular el MCD de  $\overline{(a+4)bc}$  y  $\overline{a(a+4)a}$  los cocientes sucesivos del algoritmo de Euclides fueron 1; 1; 1 y 3. Halle  $a+b+c$ .
- A) 10      B) 12      C) 12  
D) 13                      E) 14
43. Hallar 2 números sabiendo que su suma es 10 veces su MCD y que su producto es 483 veces dicho MCD. Dé como respuesta la diferencia de los números.
- A) 90      B) 94      C) 92  
D) 93                      E) 95
44. Halle el MCM de  $\overline{a0}$  y  $\overline{ba}$ , sabiendo que se diferencian en 36 y que su MCD es 12.
- A) 360      B) 240      C) 480  
D) 720                      E) 960
45. Si:  
MCM  $(42A; 6B) = 8064$   
MCD  $(77A; 11B) = 88$   
Halle:  $A \times B$
- A) 1346      B) 1546      C) 1586  
D) 1576                      E) 1536
46. En un salón se tienen menos de 80 alumnos. Se quiere formar grupos de más de 7 alumnos. Si se forman grupos de 8 ó 9, siempre sobran 5. ¿Cuántos alumnos deben haber en cada grupo para que no sobre ninguno?
- A) 9      B) 10      C) 11  
D) 12                      E) 13

47. Halle  $(x+y+a)$  ; si los cocientes obtenidos al calcular el MCD de los números  $\overline{a(a+2)}, \overline{(a+4)}$  y  $\overline{6xy}$  por divisores sucesivos han sido 1 ; 3 y 4.

A) 6      B) 7      C) 5  
D) 8      E) 9

48. Calcular la suma de dos números PESI si al calcular el MCD por el algoritmo de Euclides se obtuvieron como cocientes: 2 ; 5 ; 3 y 2 respectivamente.

A) 118      B) 138      C) 108  
D) 128      E) 148

49. Hallar el máximo común divisor de  $5^{2000}$  y la mayor potencia de 5 que es factor de 52581.

A)  $5^{1051}$       B)  $5^{1261}$       C)  $5^{1303}$   
D)  $5^{1311}$       E)  $5^{1312}$

50. Si:  $J=18^n \times 32$ ,  $K=18 \times 32^n$  y la cantidad de divisores positivos del MCD (J; K) y MCM (J ; K) se diferencian en 36, halle el valor entero de "n".

A) 2      B) 4      C) 5  
D) 6      E) 8

51. Si:  $P=15 \cdot 50^n$ ,  $Q=25 \cdot 15^n$  y el mínimo común múltiplo de P y Q es igual al doble de su máximo común divisor, halle el valor de n.

A) 0      B) 2      C) 1  
D) 3      E) 4

52. Si:  $\text{MCD} \left( \overline{bbb}; \left( \overline{\frac{b}{2}} \right) 0b; \overline{(b+1)ba} \right) =$

24 , halle el valor de "a + b".

A) 6      B) 8      C) 10  
D) 12      E) 14

53. Si:  $p, q=1512$  y  $\text{MCD} \left( \frac{p}{3}, \frac{q}{2} \right) = 6$ ,

halle el MCM (2p, 3q).

A) 220      B) 256      C) 252  
D) 340      E) 352

54. Si:  $\text{MCM} (\overline{abc}+155; \overline{abc})=1116$ , halle el valor de "a+b+c".

A) 12      B) 11      C) 10  
D) 9      E) 7

55. La suma de dos números es 651. si el cociente entre el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de dichos números es 108, halle la diferencia positiva de estos números.

A) 115      B) 770      C) 483  
D) 436      E) 385

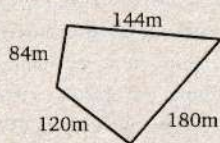
56. Los cocientes sucesivos obtenidos al determinar el MCD de dos números cuya diferencia es 776, mediante el algoritmo de Euclides fueron: 1 , 10 , 1 , 1 , 1 y 2. Halle la suma de las cifras del mayor de estos dos números.

A) 13      B) 15      C) 14  
D) 12      E) 11

57. Al calcular el MCD de los números  $\overline{abc}$  y  $\overline{mn6}$  ( $m > a$ ) por el algoritmo de Euclides, se obtuvo los cocientes sucesivos 2, 1, 3, 2 y 2 en este orden. Si el MCD es un número de dos cifras, calcule el valor de " $a+b+c$ ".

A) 20      B) 19      C) 18  
D) 17      E) 10

58. Un granjero tienen un terreno de la forma que se muestra en la figura, que cercó plantando árboles igualmente espaciados en el contorno del terreno. Si la distancia entre 2 árboles consecutivos está comprendida entre 4m y 10m y hay un árbol en cada vértice. ¿Cuántos árboles plantó?



A) 60      B) 56      C) 40  
D) 44      E) 88

59. Un comerciante vende jabones en cajas cúbicas. Si las aristas de cada jabón miden 8, 12 y 6cm, hallar la cantidad de jabones que puede contener la caja cúbica más pequeña.

A) 96      B) 72      C) 32  
D) 24      E) 48

60. Tres vehículos salen de una misma ciudad, el primero cada 9 días, el segundo cada 12 días y el tercero cada 24 días, ¿cuáles fueron las dos próximas fechas en que volvieron a salir juntos?

A) 25 de marzo y 5 de junio  
B) 26 de marzo y 9 de junio  
C) 17 de marzo y 14 de junio  
D) 25 de marzo y 4 de junio  
E) 17 de abril y 4 de julio

61. Al calcular el máximo común divisor de dos números A y B ( $A > B$ ) mediante el algoritmo de Euclides los cocientes fueron 2; 3; 6; 2. Si la segunda y tercera división fueron por exceso, y la suma de A y B es 1248, determine la suma de las cifras de B.

A) 5      B) 9      C) 10  
D) 12      E) 15

62. Calcular el MCM de  $\overline{abab}$  y  $\overline{bcbc}$ . Si se sabe que el MCD de  $\overline{ab}$  y  $\overline{bc}$  es 9 y el producto de  $\overline{ab}$  y  $\overline{bc}$  es 2 268. Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

A) 18      B) 19      C) 20  
D) 21      E) 22

63. Si:  $\text{MCD}(\overline{abc}, 756, 972) = 36$ ;  $\overline{abc} \neq 13$  Halle la suma de todos los números de la forma  $\overline{abc}$ .

A) 6 105      B) 6 984      C) 7 236  
D) 7 704      E) 8 640

64. ¿Cuántos valores enteros positivos pueden tomar  $n$  de modo que 252, 540 y 792 sean múltiplos de  $n$ ?

A) 9            B) 10            C) 12  
D) 15                            E) 18

65. Dos números  $A$  y  $B$  tienen 6 divisores cada uno, además el MCD y MCM de ellos tienen los mismos factores primos y si se duplica  $B$  y se triplica  $A$ , su MCM no se altera, luego  $A \times B$  es:

A) 180            B) 200            C) 216  
D) 250                            E) 252

66. La suma de dos números  $A$  y  $B$  es igual a 18 veces su MCD y el producto de  $A$  y  $B$  es 1848 veces su MCD. Determine la suma de las cifras del mayor de los números.

A) 10            B) 12            C) 15  
D) 16                            E) 18

67. ¿En qué cifra termina el MCM de los números  $A = 7^{862} - 1$  y  $B = 7^{1293} - 1$ ?

A) 1            B) 4            C) 5  
D) 6                            E) 9

68. Sabiendo que el MCM de los números  $\overline{abc}$  y  $(a+1)(b+2)(c+3)$  es 1148. Determine el valor de  $(a+b+c)$ .

A) 9            B) 10            C) 11  
D) 12                            E) 13

69. Sean los números

$$A = 2^n \times 3^{n-1} \times 5^{2n}$$

$$B = 2^{n+1} \times 3^{2n+1} \times 7^2$$

Si el MCD ( $A, B$ ) tienen 12 divisores  $6^2$ , ¿cuántos divisores tiene  $294$  tiene el MCM ( $A, B$ )?

A) 405            B) 406            C) 407  
D) 408                            E) 409

70. Al calcular el MCD de  $\overline{abc}$  y  $\overline{cba}$  por el método de divisiones sucesivas se obtienen como cocientes sucesivos 1; 2; 2 y 5. Si  $a-c=2$ , halle  $b$ .

A) 2            B) 6            C) 11  
D) 8                            E) 9

71. Se tiene dos números  $P$  y  $Q$  tales que

$$\text{MCD}(3P, 3Q) = 24, \text{MCM}\left(\frac{P}{4}, \frac{Q}{4}\right) = 30.$$

sabiendo que  $P$  y  $Q$  no son divisibles entre sí, determine  $(P+Q)$ .

A) 36            B) 54            C) 64  
D) 81                            E) 90

72. Si  $\text{MCM}(\overline{aa}, \overline{bb}, \overline{ab}) = 8547$ , halle el valor de  $a \times b$ .

A) 20            B) 21            C) 22  
D) 24                            E) 27

73. A un teatro asisten adultos y niños, el adulto paga S/. 13 por entrada y cada niño S/. 11; la recaudación total es S/. 2016, ¿cuántas personas asistieron al local como máximo?

A) 170            B) 173            C) 180  
D) 182                            E) 185

74. Los números N y M, son los mayores números de 12 y 15 cifras cuando se representan en la base 3. Halle la cifra de decenas del MCM (N, M) en el sistema decimal.

A) 0      B) 4      C) 5  
D) 6      E) 8

75. Al calcular el MCD de dos números de 3 cifras por el algoritmo de Euclides se obtuvieron los siguientes cocientes 2; 3; 2; 1; 5; 1 y 4. Si el último residuo diferente de cero es n y el residuo anterior fue máximo. Halle el mayor de los números.

A) 127      B) 194      C) 325  
D) 645      E) 747

76. La suma de los tres menores números tal que su MCD es 18 y que poseen 10, 15 y 18 divisores es  $\overline{abc}$ , entonces el valor de  $a+b+c$ , es:

A) 17      B) 18      C) 19  
D) 20      E) 21

77. Si:  $\text{MCD}(a; b) = 4$  y  $a^2b + ab^2 = 1920$ .  
Calcular MCM (a, b, a+b).

A) 120      B) 150      C) 180  
D) 200      E) 250

78. Si:  $\text{MCD}(KA, KB) = 16$

$$\text{MCD}\left(\frac{A}{K^2}, \frac{B}{K^2}\right) = 2$$

Hallar MCD ( $K^2A$ ,  $K^2B$ ).

A) 24      B) 28      C) 32  
D) 36      E) 40

79. ¿Cuántas veces hay que multiplicar por 30 el número 396 para que el producto sea el MCM de 490 números enteros distintos?

A) 2      B) 3      C) 4  
D) 5      E) 6

80. El MCD de 2 enteros es 8 y la suma de sus cubos 46 592. Hallar el MCM de dichos números.

A) 48      B) 64      C) 72  
D) 96      E) 120

81. El MCM de los máximos números de 42 y 36 cifras de los sistemas ternario y nonario respectivamente, escrito en el sistema decimal termina en:

A) 0      B) 1      C) 2  
D) 3      E) 5

82. Dado los números:  $A = \overline{3c4d}$ ;  $B = \overline{udcu}$  cumplen  $\text{MCM}(A, B) = \text{MCM}(7B, 5A)$ ,  $c+d=7$ . El MCD ( $\overline{ccd}$ ,  $\overline{dcu}$ ) es:

A) 3      B) 5      C) 7  
D) 15      E) 35

83. El producto de dos números es 300125, dichos números son A y B tal que:  $A > 1000 > B$ . Si al calcular el MCD de A y B por algoritmo de Euclides se obtuvieron como dos de sus residuos consecutivos 105 y 70 en ese orden. Halle la suma de las cifras de la suma de sus divisores de la diferencia de los números.

A) 6      B) 7      C) 8  
D) 9      E) 10

84. Tres atletas corren en una pista circular de 1440m de longitud .Si parten al mismo tiempo , con velocidades de 72 m/min , 60 m/min y 48 m/min respectivamente. ¿Dentro de cuánto tiempo volverán a pasar juntos , por el punto de partida?
- A) 2h 20min                      B) 1h 55min  
C) 2h 5min  
D) 2h                                E) 2h 10min
85. Se construye el cubo compacto más pequeño posible con ladrillos de 12 mm×15 mm×9 mm, luego se pinta todo el cubo. ¿Cuántos de los ladrillos utilizados no tienen ninguna cara pintada?
- A) 180            B) 1 500            C) 1 620  
D) 2 340                      E) 2 430
86. ¿Cuántos números de 3 cifras cumplen:  $\text{MCD}(360, \overline{abc}) = 30$ ?
- A) 8            B) 9            C) 10  
D) 11                      E) 12
87. ¿De cuántas maneras se puede dividir exactamente en parcelas cuadradas iguales un terreno rectangular de 120m×90m?.Cada parcela tiene un número entero de metros cuadrados.
- A) 2            B) 4            C) 6
88. Se tiene 3 recipientes cilíndricos, con capacidades, 144, 168 y 216 litros, los cuales se encuentran llenos con agua. Se desean vaciar estos recipientes, con el menor número de extracciones, con un batea cilíndrica la cual tenga como capacidad un número entero de litros. Halle el menor número de extracciones.
- A) 18            B) 20            C) 21  
D) 22                      E) 23
89. Tengo cuentas de colores para formar collares, hay 120 azules , 160 rojas y 200 blancas. Quiero formar collares los más grandes que sean posibles, cada collar con el mismo número de cuentas sin que sobren y sin mezclar colores, ¿cuántas cuentas debo emplear en cada collar?. ¿Cuántos collares puedo hacer de cada color?
- A) 20, 6A 8R 10B  
B) 20, 8A 10R 12B  
C) 40, 3A 5R 4B  
D) 40, 3A 4R 5B  
E) 10, 12A 16R 20B
90. El máximo común divisor de dos números comprendidos entre 100 y 200, es 24. Si la suma de los números es  $\overline{ab0}$ , a+b es:
- A) 8            B) 9            C) 10  
D) 11                      E) 12
91. Halle la suma de dos números cuyo MCD sea 18, sabiendo que el primero tiene 10 divisores y el segundo 15 divisores.
- A) 162            B) 144            C) 288  
D) 306                      E) 432

92. Los números naturales  $a$  y  $b$  son tales

que  $\left[ \frac{a+1}{b} + \frac{b+1}{a} \right] \in \mathbb{Z}$ . ¿Cuáles de

las siguientes afirmaciones son correctas?

I.  $\text{MCD}(a, b) > \sqrt{a+b}$

II.  $\text{MCD}(a, b) = k\sqrt{a+b}$ , para  
algún  $k \in \mathbb{Z}^+ - \{1\}$

III.  $\text{MCD}(a, b) \leq \sqrt{a+b}$

- A) Solo I                      B) Solo II  
C) Solo III  
D) I y II                      E) Ninguna

93. Si:

$$\text{MCM}(A, B) = 2100 \text{ y } \text{MCD}(A, B) = 7$$

¿Cuántos pares de números, que tienen al menos 2 cifras cumplen estas condiciones?

- A) 2                      B) 3                      C) 4  
D) 5                      E) 6

94. Se trata de formar un cubo con ladrillos cuyas dimensiones son 20cm, 15cm y 6cm. ¿Cuántos ladrillos son necesarios para formar el cubo más pequeño?

- A) 60                      B) 80                      C) 100  
D) 120                      E) 180

95. Si  $\text{MCM}(n, n+4) = 224$ , halle la suma de cifras de  $n$ .

- A) 6                      B) 8                      C) 10  
D) 12                      E) 14

96. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones en  $\mathbb{N}$

I)  $\text{MCD}(\text{MCD}(A, B), A) = \text{MCD}(A, B)$

II)  $\text{MCM}(\text{MCM}(A, B), B) = \text{MCM}(A, B)$

III)  $A^4 B^4 = (\text{MCD}(A, B))^4 \cdot \text{MCM}(A^4, B^4)$

- A) FVF                      B) FFV                      C) VVV  
D) VVF                      E) VFF

97. En el distrito de Ate, el agua de consumo se dá cada 6 horas y 2 horas se corta, en el distrito de Comas, se dá cada 4 horas y se corta una hora, y en el distrito de los Olivos se dá cada 12 horas y se corta 3 horas; si el día Lunes a las cero horas han coincidido en cerrarse las llaves de agua, ¿cuántos días transcurrirán para que nuevamente en los tres distritos se vuelvan a cerrar las llaves Lunes a las cero horas?

- A) 18                      B) 24                      C) 35  
D) 42                      E) 120

98. Al calcular el MCD de dos números primos relativos, mediante el algoritmo de Euclides se obtuvo de cocientes 2 ; 1 ; 3 ; 1 ; 3 y 2. Calcule la suma de los divisores no compuestos del número mayor.

A) 11      B) 348      C) 349  
D) 350      E) 360

99. Se quiere dividir un terreno rectangular cuyas dimensiones son 670m y 330m; en parcelas cuadradas de lados enteros y cercar cada parcela; siendo el área de cada parcela la mayor posible. ¿cuántos metros de cerco se necesitarán?

A) 45200      B) 45220      C) 45220  
D) 46400      E) 46800

100. Si:

$MCM(\overline{abba}; M) = MCM(\overline{abba}; 77M)$ ,  
¿cuántos capicúas de la forma  $\overline{abcba}$   
existen, sabiendo que c es una cifra  
impar?

A) 80      B) 90      C) 95  
D) 100      E) 120



## CLAVES

|    |   |
|----|---|
| 1  | A |
| 2  | B |
| 3  | A |
| 4  | A |
| 5  | A |
| 6  | E |
| 7  | C |
| 8  | C |
| 9  | A |
| 10 | D |
| 11 | C |
| 12 | A |
| 13 | B |
| 14 | D |
| 15 | E |
| 16 | A |
| 17 | D |
| 18 | D |
| 19 | C |
| 20 | A |
| 21 | D |
| 22 | D |
| 23 | A |
| 24 | E |
| 25 | E |

|    |   |
|----|---|
| 26 | A |
| 27 | B |
| 28 | C |
| 29 | D |
| 30 | E |
| 31 | A |
| 32 | D |
| 33 | B |
| 34 | B |
| 35 | E |
| 36 | D |
| 37 | B |
| 38 | D |
| 39 | D |
| 40 | B |
| 41 | D |
| 42 | D |
| 43 | E |
| 44 | C |
| 45 | D |
| 46 | C |
| 47 | B |
| 48 | A |
| 49 | E |
| 50 | A |

|    |   |
|----|---|
| 51 | C |
| 52 | D |
| 53 | C |
| 54 | E |
| 55 | C |
| 56 | D |
| 57 | E |
| 58 | E |
| 59 | D |
| 60 | A |
| 61 | D |
| 62 | A |
| 63 | C |
| 64 | A |
| 65 | C |
| 66 | B |
| 67 | B |
| 68 | C |
| 69 | A |
| 70 | D |
| 71 | C |
| 72 | B |
| 73 | D |
| 74 | D |
| 75 | E |

|     |   |
|-----|---|
| 76  | B |
| 77  | A |
| 78  | C |
| 79  | C |
| 80  | D |
| 81  | A |
| 82  | A |
| 83  | D |
| 84  | D |
| 85  | D |
| 86  | C |
| 87  | D |
| 88  | D |
| 89  | D |
| 90  | B |
| 91  | D |
| 92  | C |
| 93  | B |
| 94  | D |
| 95  | C |
| 96  | C |
| 97  | C |
| 98  | A |
| 99  | B |
| 100 | B |

# EXÁMENES DE ADMISIÓN UNIV. - UNMSM

UNI - 2008 - I

**PROBLEMA 01:** Dados los conjuntos A, B y C, tales que:  
 $(A \cup B) \subset (A \cup C)$  y  $(A \cap B) \subset (A \cap C)$  y  $A \not\subset C$   
 Entonces:

A)  $B \subset C$

B)  $B = C$

C)  $C \subset B$

D)  $(A \cup B) \subset B$

E)  $(A \cup B) \subset C$

**Resolución:**

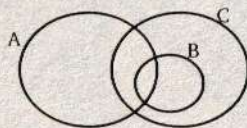
Dadas las afirmaciones:

$$(A \cup B) \subset (A \cup C) \quad \dots(1)$$

$$(A \cap B) \subset (A \cap C) \quad \dots(2)$$

$$A \not\subset C \quad \dots(3)$$

De la expresión (1), como:



$$(A \cup B) \subset (A \cup C)$$

$$\Rightarrow B \subset C$$

**Rpta.: A**

**PROBLEMA 02:** La suma de tres términos consecutivos de una progresión geométrica es 13. Sabiendo que si los dos primeros términos se incrementan en dos unidades y se disminuye en la misma cantidad al tercero, los números forman una progresión aritmética. Determine la razón de la progresión geométrica decreciente.

A)  $\frac{1}{3}$

B)  $\frac{1}{2}$

C)  $\frac{2}{3}$

D) 2

E) 3

Se tiene la progresión geométrica:

$$n ; nr ; nr^2 \quad \dots(1)$$

Del enunciado ,si a los dos primeros términos se le incrementa 2 unidades, y se le disminuye 2 al tercero, entonces se obtiene la siguiente progresión aritmética.

$$n + 2 ; nr + 2 ; nr^2 - 2 \quad \dots(2)$$

además por condición del problema, de (1):

$$n + nr + nr^2 = 13 \quad \dots(4)$$

Además por propiedad de progresión aritmética ,de(2):

$$(nr + 2) - (n + 2) = (nr^2 - 2) - (nr + 2)$$

$$nr - n = nr^2 - nr - 4$$

$$\Rightarrow 2nr + 4 = nr^2 + n \quad \dots(5)$$

Reemplazando (5) en (4):

$$n + nr^2 + nr = 13$$

$$(2nr + 4) + nr = 13$$

$$\Rightarrow nr = 3 \quad \dots(6)$$

De (4) y (6):

$$\text{Si : } r = 3 \Rightarrow n = 1$$

$$\text{Si : } r = \frac{1}{3} \Rightarrow n = 9$$

Como se debe hallar razón de la progresión geométrica decreciente, entonces,  $r < 1$ , entonces :

$$r = \frac{1}{3}$$

**Rpta.: A**

### PROBLEMA 03:

Si se cumple que:  $y, \hat{y}_{(n)} + 101, \hat{01}_{(2)} = 8, \hat{A}_{(16)}$  y  $xx, \hat{x} = 21, \hat{5}_{(16)}$   
hallar  $x+y+n$

A) 13

B) 14

C) 15

D) 16

E) 17

**Resolución:**

Dadas las expresiones:

$$y, \widehat{y}_{(n)} + 101, \widehat{01}_{(2)} = 8, \widehat{A}_{(16)} \quad \dots(1)$$

$$xx, \bar{x} = 21, 5_{(16)} \quad \dots(2)$$

Operando en (1):

$$y + \frac{y}{n-1} + 101_{(2)} + \frac{01}{2^2-1} = 8 + \frac{A}{16-1}$$

$$y + \frac{y}{n-1} + 5 + \frac{1}{3} = 8 + \frac{A}{15}$$

$$y \left( 1 + \frac{1}{n-1} \right) = 3 - \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

$$y \left( \frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+A}{15} \quad \dots(3)$$

De la expresión (1), por propiedad se deduce que:

$$y < n ; A < 16$$

Operando en (3), donde al número A se le debe ir dando valores desde 1 al 15; pero sólo se ha tratado de presentar los números que nos generan una respuesta coherente para la solución.

$$A = 15: \quad y \left( \frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+(15)}{15} = \frac{11}{3}$$

$$A = 14: \quad y \left( \frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+(14)}{15} = \frac{3 \times 6}{5}$$

$$\Rightarrow n-1=5 \Rightarrow n=6$$

$$\Rightarrow y=3$$

$$A = 10: \quad y \left( \frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+(10)}{15} = \frac{10}{3} = \frac{3 \times 10}{9}$$

$$\Rightarrow n-1=9 \Rightarrow n=10$$

$$\Rightarrow y=3$$

$$A = 5: \quad y \left( \frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+(5)}{15} = \frac{3}{1} = \frac{2 \times 3}{2}$$

$$\Rightarrow n-1=2 \Rightarrow n=3$$

$$\Rightarrow y=2$$

Operando en (2):

$$xx, \bar{a} = 21,5_{(16)}$$

$$xx + \frac{x}{9} = 21_{(16)} + \frac{5}{16-1}$$

$$x(11) + \frac{x}{9} = 2(16) + 1 + \frac{5}{15}$$

$$\frac{100}{9}x = 33 + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x = 3$$

Para hallar la suma de  $x + y + n$ :

$$\text{Para } A = 14: \quad x + y + n = 3 + 3 + 6 = 12 \quad \dots(4)$$

$$\text{Para } A = 10: \quad x + y + n = 3 + 3 + 10 = 16 \quad \dots(5)$$

$$\text{Para } A = 5: \quad x + y + n = 3 + 2 + 3 = 8 \quad \dots(6)$$

Verificamos alternativas sólo existe respuesta para (5)

**Rpta.: D**

**PROBLEMA 04:** Si se cumple:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = k,$$

donde  $k$  es un entero positivo, y que

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2^2 - a_3^2}{b_2^2 - b_3^2} = 6$$

entonces el valor de  $k$  es:

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

**Resolución:**

Del enunciado se tiene:

$$\frac{a_1}{a_1} = \frac{a_2}{a_2} = \frac{a_3}{a_3} = k \quad \dots(1)$$

$$\frac{a_1}{a_1} + \frac{a_2^2 - a_3^2}{b_2^2 - b_3^2} = 6 \quad \dots(2)$$

De la expresión (1):

$$a_1 = b_1 k ; a_2 = b_2 k ; a_3 = b_3 k$$

Luego reemplazando estos valores en (2):

$$\frac{b_1 k}{b_1} + \frac{(b_2 k)^2 (b_3 k)^2}{b_2^2 - b_3^2} = 6$$

$$k + k^2 \left( \frac{b_2^2 - b_3^2}{b_2^2 - b_3^2} \right) = 6$$

$$k + k^2(1) = 6$$

$$\Rightarrow k^2 + k - 6 = 0$$

$$(k + 3)(k - 2) = 0$$

$$\Rightarrow k = -3 \wedge k = 2$$

Por condición del problema  $k$  es un entero positivo, entonces se asume:

$$k = 2$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 05:**

Para cubrir el puesto de mecánico-electricista se recibieron solicitudes de 200 postulantes. En el cuadro siguiente se presenta la distribución de los postulantes según experiencia laboral en el área.

| Experiencia laboral | Porcentaje acumulado |
|---------------------|----------------------|
| [5 - 7)             | 8%                   |
| [7 - 9)             | 18%                  |
| [9 - 11)            | 34%                  |
| [11 - 13)           | 65%                  |
| [13 - 15)           | 100%                 |

Entonces la experiencia laboral mínima para el 90% de los postulantes es:

A) 7,4 años

B) 8,4 años

C) 10,4 años

D) 12,4 años

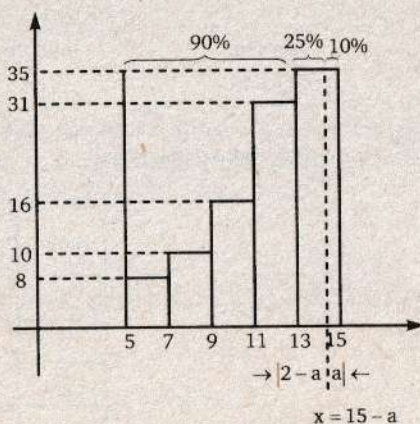
E) 14,4 años

**Resolución:**

En el cuadro:

| Experiencia laboral | Porcentaje acumulado | Frecuencia relativa ( $H_i \times 100\%$ ) |
|---------------------|----------------------|--------------------------------------------|
| [5 - 7)             | 8%                   | 8%                                         |
| [7 - 9)             | 18%                  | 10%                                        |
| [9 - 11)            | 34%                  | 16%                                        |
| [11 - 13)           | 65%                  | 31%                                        |
| [13 - 15]           | 100%                 | 35%                                        |

Construyendo el gráfico:



$$90\% = 8\% + 10\% + 31\% + 25\%$$

Ejecutamos interpolación para hallar el valor de  $x$ :

$$\frac{25\%}{2 - a} = \frac{10\%}{a}$$

$$\Rightarrow a = 0,57$$

Entonces:

$$x = 15 - a$$

$$= 15 - 0,57$$

$$= 14,4; (\text{años})$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 06:** Dada la proposición de una ley que fija un impuesto para las ganancias por los ahorros bancarios, se aplicó una encuesta de opinión a 600 ciudadanos, obteniéndose los siguientes resultados.

| Partido | Opinión respecto a la ley |           |        | Total |
|---------|---------------------------|-----------|--------|-------|
|         | A favor                   | En contra | Neutra |       |
| A       | 120                       | 60        | 20     | 200   |
| B       | 48                        | 42        | 30     | 120   |
| Otro    | 126                       | 112       | 42     | 280   |
| Total   | 294                       | 214       | 92     | 600   |

Calcule la probabilidad de que un ciudadano sea del partido B o no opine a favor.

A) 0,507

B) 0,510

C) 0,590

D) 0,600

E) 0,710

**Resolución:**

Del cuadro de encuestas:

| Partido | Opinión respecto a la ley |           |        | Total |
|---------|---------------------------|-----------|--------|-------|
|         | A favor                   | En contra | Neutra |       |
| A       | 120                       | 60        | 20     | 200   |
| B       | 48                        | 42        | 30     | 120   |
| Otro    | 126                       | 112       | 42     | 280   |
| Total   | 294                       | 214       | 92     | 600   |

La probabilidad de que un ciudadano sea del partido B:

$$P_{(B)} = \frac{120}{600} = \frac{1}{5} \quad \dots(1)$$

La probabilidad de que un ciudadano no opine a favor, es decir, que "en contra" o "neutra"

$$P_{(C;N)} = \frac{214 + 92}{600} = \frac{51}{100} \quad \dots(2)$$

La probabilidad de que un ciudadano sea del partido B y no opine a favor (en contra o neutral).

$$P_{(B;C;N)} = \frac{42 + 30}{600} = \frac{3}{25} \quad \dots(3)$$

Luego, la probabilidad de que un ciudadano "Sea del partido B o no opine a favor"

$$P = P_{(B)} + P_{(C;N)} - P_{(B;C;N)}$$

$$\begin{aligned} \text{De (1), (2) y (3):} &= \frac{1}{5} + \frac{51}{100} - \frac{3}{25} \\ &= 0,590 \end{aligned}$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 07:**

En una reunión de profesionales hay 131 personas, la mayor parte son varones. Si la octava parte de los varones son ingenieros y la séptima parte las mujeres son economistas, ¿cuántos varones no son ingenieros?

A) 12  
D) 84

B) 21

C) 30  
E) 96

**Resolución:**

Si definimos:

Número de varones: V

Número de mujeres: M

Como en total hay 131 profesionales, y además como se trata de personas donde la octava parte de varones son ingenieros implica que la cantidad de varones es múltiplo a 8, y que la séptima parte de mujeres sean economistas implica que el número de mujeres sea múltiplo de 7, entonces:

$$V + M = 131$$

$$8v + 7m = 131$$

$$8(12) + 7(5) = 131$$

$$\Rightarrow V = 8(12) = 96$$

$$M = 7(5) = 35$$

Del enunciado, la octava parte de varones son ingenieros, entonces los varones que no son ingenieros:

$$V_x = \frac{7}{8} V = \frac{7}{8} (96) = 84$$

**Rpta.: D**

**PROBLEMA 08:**

Si  $N^2$  tiene 63 divisores y  $N^3$  tiene 130 divisores, ¿cuántos de divisores tiene  $N^4$ ? Calcule la suma de las cifras de esta cantidad.

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

**Resolución:**

Se tiene el número  $N$ , que lo expresamos en su descomposición canónica:

$$N = a^x b^y \quad \dots(1)$$

Por teoría se sabe que la cantidad de divisores (CD) de un número está dado por:

$$CD = (x+1)(y+1) \quad \dots(2)$$

En el problema,  $N^2$  tiene 63 divisores, entonces:

$$N^2 = (a^x b^y)^2 = a^{2x} b^{2y}$$

$$\Rightarrow CD = (2x+1)(2y+1) = 63$$

$$(2x+1)(2y+1) = 9 \times 7$$

$$\Rightarrow 2x+1 = 9 \wedge 2y+1 = 7$$

$$x = 4 \wedge y = 3$$

$N^3$  tiene 130 divisores, entonces:

$$N^3 = (a^x b^y)^3 = a^{3x} b^{3y}$$

$$\Rightarrow CD = (3x+1)(3y+1) = 130$$

$$(3x+1)(3y+1) = 13 \times 10$$

$$3x+1 = 13 \wedge 3y+1 = 10$$

$$x = 4 \wedge y = 3$$

Como cumple para ambos casos, entonces se acepta estos valores:

Para  $N^4$  :

$$N^4 = a^{4x} a^{4y}$$

$$= a^{4(4)} b^{4(3)}$$

$$\Rightarrow CD = (16 + 1)(12 + 1) = 221$$

La suma de las cifras:

$$2 + 2 + 1 = 5$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 09:** Halle el número de elementos de la clase de equivalencia de  $7/11$ , de modo que el numerador tenga 3 cifras y el denominador 4.

A) 50

B) 51

C) 52

D) 53

E) 54

**Resolución:**

Un número de la clase de equivalencia  $\frac{7}{11}$  está dado por:

$$f_{\text{equivalente}} = \frac{7k}{11k}$$

El problema condiciona que el numerador tenga 3 cifras ,entonces:

$$100 \leq 7k \leq 999$$

$$14,28 \leq k \leq 142,71$$

$$CS_1 = \{K \in \mathbb{N} / k = 15; 16; 17; \dots; 142\}$$

El denominador tiene 4 cifras:

$$1000 \leq 11k \leq 99999$$

$$90,9 \leq k \leq 909$$

$$CS_2 = \{k \in \mathbb{N} / k = 91; 92; 93; \dots; 909\}$$

Luego :  $CS_1 \cap CS_2$

$$CS = \{k \in \mathbb{N} / k = 91; 92; 93; \dots; 142\}$$

El número de elementos:

$$N = 142 - 90 = 52$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 10:**

Se da un número de elementos positivo que no tiene raíz cúbica exacta. Si este número se le disminuye en 721, entonces su raíz cúbica disminuye en una unidad, pero el residuo no se altera. Determine la suma de cifras de la diferencia entre el número y el residuo.

A) 16

B) 17

C) 18

D) 19

E) 20

**Resolución:**

Del enunciado, se tiene el número  $N$ , que para extraerle la raíz cubica tiene el residuo  $R$ .

$$N = P^3 + R \quad \dots(1)$$

Del enunciado también se tiene:

$$N - 721 = (P - 1)^3 + R \quad \dots(2)$$

Restando (1) menos (2):

$$721 = P^3 - (P^3 - 3P^2 + 3P - 1)$$

$$721 = 3P^2 - 3P + 1$$

$$\Rightarrow 0 = 3P^2 - 3P - 720$$

$$\Rightarrow 0 = P^2 - P - 240$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = 16 \\ P = -15 \end{cases} \Rightarrow P = 16 \quad \dots(3)$$

Operando en (1):

$$N = P^3 + R$$

$$N - R = P^3$$

De (3):

$$N - R = (16)^3$$

$$N - R = 4096$$

La suma de las cifras:

$$4 + 0 + 9 + 6 = 19$$

**Rpta.: D**

### UNI - 2008 - II

**PROBLEMA 11:** Sabiendo que  $\overline{a00a}_{(6)} = \overline{bc1}$ , 0 es el cero,  $a \neq 0$ , determine la suma  $(a+b+c)$ .

A) 12

B) 13

C) 14

D) 15

E) 16

#### Resolución:

Del enunciado, se tiene la expresión:

$$\overline{a00a}_{(6)} = \overline{bc1} ; a \neq 0 ; a \neq 0$$

Expresando el primer miembro en base 10:

$$a \times 6^3 + 0 \times 6^2 + 0 \times 6^1 + a = \overline{bc1}$$

$$217a = \overline{bc1} \quad \dots (*)$$

Por propiedad de sistemas de numeración de la expresión  $\overline{a00a}_{(6)}$  se deduce que  $a \leq 5$ ; pero la expresión (\*) debe cumplirse:

$$217a = \overline{bc1} < 1000$$

$$217a < 1000$$

$$a < 4,6 \Rightarrow a \leq 4$$

También por la expresión (\*) debe cumplirse que :

la primera cifra es la unidad, es decir:

$$217a = \dots 1$$

$$\Rightarrow 7a = \dots 1$$

$$\Rightarrow a = 3$$

Entonces en la expresión (\*):

$$217(3) = \overline{bc1}$$

$$651 = \overline{bc1}$$

Luego :  $b = 6 ; c = 5$

Finalmente tenemos:

$$a + b + c = 3 + 6 + 5 = 14$$

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 12:** ¿De cuántas formas puede ordenarse los elementos del conjunto  $\{V, S, \#, *\}$

A) 6

B) 8

C) 16

D) 24

E) 32

**Resolución:**

Del enunciado se tiene el conjunto:

$$\{V; S; \# ; * \}$$

Las posibles formas que se pueden ordenar estos 4 elementos, implica una permutación, veamos:

$$P_n = n!$$

Si  $n = 4$  :

$$P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

**Rpta.: D**

**PROBLEMA 13:** Para los enteros positivos  $a$  y  $b$  se define:

$a \# b = a^{2b-1}$ . Si  $x$  e  $y$  son enteros positivos  $x \# y = 32$ , ¿cuál de los siguientes números podrían ser el valor de  $y$ ?

I. 1    II. 2    III. 3

A) Sólo I

B) Sólo III

C) Sólo I y III

D) Sólo II y III

E) I, II y III

**Resolución:**

Del enunciado se tiene la operación definida:

$$a \# b = a^{2b-1}, a ; b \in \mathbb{Z}^+ \quad \dots(1)$$

Además se tiene la ecuación:

$$x \# y = 32 \quad \dots(2)$$

$$\Rightarrow x \# y = 2^5$$

$$= 2^{3(2)-1} \quad \dots(3)$$

Comparando (3) y (1) se deduce:

$$y_1 = b = 3$$

Pero la expresión (2) también se puede expresar como:

$$x \# y = 32^1$$

$$\Rightarrow x \# y = 32^{2(1)-1}$$

De igual forma comparando con (1):

$$y_2 = b = 1$$

Luego, los valores de "y" son 1 y 3.

**Rpta.: C**

**PROBLEMA 14:** Consideremos la expresión:

$$E(n) = n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + \dots + (n+9)^2; n \in \mathbb{N}$$

Entonces podemos decir que

$$E(n) = 7, \text{ si:}$$

- A) no existe  $n \in \mathbb{N} / E(n) = 7$
- B)  $n \in \{7r - 5 / r \in \mathbb{N}\} \cup \{7t - 4 / t \in \mathbb{R}\}$
- C)  $n \in \{7t - 2 / t \in \mathbb{N}\} \cup \{7s - 1 / s \in \mathbb{N}\}$
- D)  $n \in \{7r - 3 / r \in \mathbb{N}\} \cup \{7r - 4 / r \in \mathbb{N}\}$
- E)  $n \in \{7t - 6 / t \in \mathbb{N}\} \cup \{7r - 3 / r \in \mathbb{N}\}$

**Resolución:**

En la expresión dada:

$$E(n) = n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + \dots + (n+9)^2; n \in \mathbb{N}$$

$$= n^2(n^2 + 2n + 1) + (n^2 + 4n + 4) + \dots + (n^2 + 19n + 81)$$

$$= 10n^2 + 2n(1 + 2 + 3 + \dots + 9) + (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2)$$

$$\begin{aligned}
 &= 10n^2 + 2n \left[ \frac{9(9+1)}{2} \right] + \left[ \frac{9(9+1)(2 \times 9 + 1)}{6} \right] \\
 &= 10n^2 + 90n + 285 \\
 &= (7+3)n^2 + (84+6)n + (280+5) \\
 &= (7+3)n^2 + (7+6)n + (7+5) \\
 &= 7 + \underbrace{3n^2 + 6n + 5}_{(\alpha)}
 \end{aligned}$$

Para que  $E_{(n)}$  sea múltiplo de 7, la expresión  $(\alpha)$  debe ser múltiplos de 7, es decir:

$$\begin{aligned}
 3n^2 + 6n + 5 &= 7 \\
 3n^2 + 6n &= 7 - 5 \\
 3n^2 + 6n &= 7 + 2 \\
 3n^2 + 6n &= 7 + (9 - 7) \\
 3n^2 + 6n &= 7 + 9 \\
 \frac{3n^2 + n}{3} &= \frac{7+9}{3} \\
 n^2 + 2n &= \frac{7}{3} + 3 \\
 n^2 + 2n - 3 &= 7 \\
 n(n+3)(n-1) &= 7
 \end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
 n-1 &= 7t_1 \quad \wedge \quad n+3 = 7r \\
 \Rightarrow n &= 7t_1 + 1 \quad n = 7r - 3 \\
 n &= 7t_1 - 6 + 6 + 1 \\
 n &= 7(t_1 + 1) - 6 ; t_1 + 1 \in \mathbb{N} \\
 \Rightarrow n &= 7t - 6
 \end{aligned}$$

Luego se define el conjunto de valores de  $n$ :

$$n \in \{7t - 6 / t \in \mathbb{N}\} \cup \{7r - 3 / r \in \mathbb{N}\}$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 15:** Determine la suma de todos los valores posibles de  $a$ , sabiendo que la descomposición canónica (en sus factores primos) de  $N$ , es  $N = (\overline{ab})^c (\overline{ac})^b$  y tiene 32 divisores.

A) 4

B) 5

C) 7

D) 10

E) 14

**Resolución:**

La descomposición canónica del número  $N$ , es decir en sus factores primos, está dado por:

$$N = (\overline{ab})^c (\overline{ac})^b \quad \dots(1)$$

Lo cual indica que  $\overline{ab}$  y  $\overline{ac}$  son números primos, entonces por propiedad se cumple:

$$(c+1)(b+1) = \text{número de factores primos}$$

Por dato:

$$(c+1)(b+1) = 32 \quad \dots(2)$$

De la expresión (1) se deduce que:

$$a; b; c \leq 9 \quad \dots(3)$$

Analizando la expresión (2):

$$(c+1)(b+1) = 32$$

$$(4)(8) = 32 \Rightarrow c = 3 \wedge b = 7$$

$$(8)(4) = 32 \Rightarrow c = 7 \wedge b = 3$$

Luego los dos números primos que se buscan deben tener la forma  $\overline{a7}$  y  $\overline{a3}$ ; donde de (3) se deduce que:

$$a = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$$

Si:

$$b = 7 \Rightarrow \overline{a7} = 17; \cancel{27}; 37; 47; \cancel{57}; 67; \cancel{77}; \cancel{87}; 97$$

$$c = 3 \Rightarrow \overline{a3} = 13; 23; \cancel{33}; 43; 53; \cancel{63}; 73; 83; \cancel{93}$$

Los dos pares de números primos:

$$\overline{ab} \text{ y } \overline{ac} : 17 \text{ y } 13 \text{ ó } 47 \text{ y } 43$$

De donde:

$$a = 1; 4$$

La suma de los valores de "a":

$$1 + 4 = 5$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 16:**

Sean los números racionales  $a_1, a_2, \dots, a_n$  tales que  $a_1 < a_2 < \dots < a_{n-1} < a_n$ .

Entonces se cumple que:

- A)  $a_1^n < \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} < a_n^n$       B)  $a_1 < \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} < a_n$       C)  $a_1 < \sum_{i=1}^n a_i < a_n$
- D)  $\sqrt[n]{a_1} < \sum_{i=1}^n a_i < \sqrt[n]{a_n}$       E)  $\frac{a_1}{n} < \sum_{i=1}^n a_i < \frac{a_n}{n}$

**Resolución:**

Del enunciado se tiene los números racionales

$$a_1 ; a_2 ; a_3 < \dots < a_{n-1} < a_n \quad \dots (*)$$

La media aritmética de estos números:

$$M_A = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n}{n}$$

En la expresión (\*) por propiedad:

$$a_1 < M_A < a_n$$

$$a_1 < \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n}{n} < a_n$$

$$a_1 < \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} < a_n$$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 17:**

La media aritmética y la media geométrica de 2 números enteros positivos se diferencian en 6 unidades y la suma de las raíces cuadradas de estos números enteros es  $6\sqrt{3}$ . Halle la media armónica de dichos enteros.

- A) 17,3      B) 17,6      C) 18,3  
D) 18,7      E) 19,2

**Resolución:**

"La media aritmética y media geométrica de dos números enteros positivos se diferencian en 6":

$$M_A - M_G = 6$$

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = 6$$

$$a+b - 2\sqrt{ab} = 12$$

$$\sqrt{ab} = \frac{a+b-12}{2} \quad \dots(1)$$

"La suma de las raíces cuadradas de estos números enteros es  $6\sqrt{3}$ ":

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 6\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (6\sqrt{3})^2$$

$$a + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b = 36(3)$$

$$a + 2\sqrt{ab} + b = 108$$

De (1):

$$a + 2\left(\frac{a+b-12}{2}\right) + b = 108$$

$$2a + 2b = 120$$

$$a + b = 60 \quad \dots(2)$$

La media armónica de estos números:

$$M_{Ar} = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

$$= \frac{2ab}{a+b}$$

De (1):

$$= \frac{2\left(\frac{a+b-12}{2}\right)^2}{a+b}$$

$$= \frac{(a+b-12)^2}{2(a+b)}$$

De (2):

$$= \frac{(60-12)^2}{2(60)}$$

$$= 19,2$$

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 18:**

De las magnitudes  $Z, W, X$ , se sabe que  $Z$  es directamente proporcional a  $X^2$  y  $W$  es inversamente proporcional a  $X^2$ . Si  $N = Z + W$  y  $X = 1$  implica que  $N = 6$ ,

$X = 0,5$ ; implica que  $N = 9$  determinese  $N$  si  $X = \sqrt{2}$

A) 6

B) 8

C) 9

D) 10

E) 12

**Resolución:**

Del enunciado se tiene  $Z, W, X$  donde:

- "La magnitud  $Z$  es proporcional a  $X^2$ , entonces existe la constante  $K_1$ , tal que:

$$Z = K_1 X^2 \quad \dots(1)$$

- "La magnitud  $W$  es inversamente proporcional a  $X^2$ , entonces existe la constante  $K_2$ , tal que:

$$W = K_2 \left( \frac{1}{X^2} \right) \quad \dots(2)$$

También del enunciado se sabe que se cumple la igualdad:

$$Z + W = N$$

De (1) y (2):

$$K_1 X^2 + K_2 \left( \frac{1}{X^2} \right) = N \quad \dots(3)$$

Por dato del problema: si  $X = 1$  entonces  $N = 6$ ; luego en (3):

$$K_1 (1)^2 + \frac{K_2}{(1)^2} = 6$$

$$K_1 + K_2 = 6$$

$$\Rightarrow K_1 = 6 - K_2 \quad \dots(4)$$

También por dato: si  $X = \frac{1}{2}$  entonces  $N = 9$ ; luego en (3):

$$K_1 \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{K_2}{\left( \frac{1}{2} \right)^2} = 9$$

$$K_1 + 16K_2 = 36$$

De (4):

$$(6 - K_2) + 16K_2 = 36$$

$$\Rightarrow K_2 = 2$$

Luego en (4):

$$K_1 = 6 - (2) = 4$$

Reemplazando valores en la expresión (3):

$$4X^2 + \frac{2}{X^2} = N$$

$$\text{Si } X = \sqrt{2}; 4(\sqrt{2})^2 + \frac{2}{(\sqrt{2})^2} = N$$

$$\Rightarrow N = 9$$

**Rpta.: C**

### PROBLEMA 19:

Señale la alternativa correcta que presenta la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

- I.  $A \subset B \wedge C \subset B$  entonces  $A \cup C = B$   
 II. Si  $A \Delta B \subset A \cup B \wedge C \subset A \cup B$  entonces  $C \subset A \setminus B \vee C \subset B \setminus A$   
 III. Si  $B \setminus A \subset C^C$  entonces  $C \subset A \cap B$

A) VVV

B) VFV

C) FVF

D) FFV

E) FFF

### Resolución:

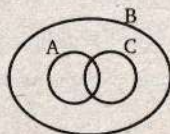
Por definición  $A \setminus B = A - B$  ;  $B \setminus A = B - A$

Para determinar la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. " $A \subset B \wedge C \subset B$  entonces  $A \cup B = B$ ". Falso (F)

Sustentación:

La premisa  $A \subset B \wedge C \subset B$  lo representamos en un gráfico:



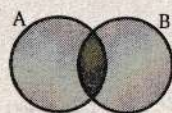
entonces se puede deducir que:

$$A \cup C \subset B$$

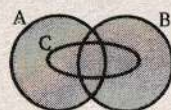
II. "Si  $A \Delta B \subset A \cup B \wedge C \subset A \cup B$ ,  $C \subset A \setminus B \vee C \subset B \setminus A$ ". entonces Falso (F)

Sustentación:

La premisa  $A \Delta B \subset A \cup B \wedge C \subset A \cup B$  lo representamos en un gráfico:



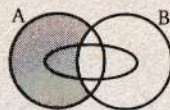
$$A \Delta B \subset A \cup B$$



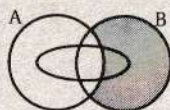
$$C \subset A \cup B$$

Entonces se puede deducir:

$$C \not\subset A \setminus B$$



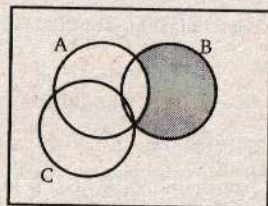
$$C \not\subset B \setminus A$$



III. "Si  $B/A \subset C^C$  entonces  $C \subset A \cap B$ ". Falso (F)

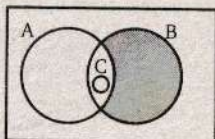
Sustentación:

En un gráfico representamos la premisa:  $B \setminus A \subset C^C$



Entonces podemos deducir que:  $C \not\subset A \cap B$

Si el conjunto C estuviera ubicado así:



Entonces si cumpliría:  $C \subset A \cap B$

Pero esta condición en lo general no se va a cumplir.

**Rpta.: E**

### UNMSM - 2008 - II

**PROBLEMA 20:** Si:  $\overline{(x-1)x(x+1)} = \overline{3}$  y  $\overline{(x+1)x(x-1)} = \overline{5}$   
Hallar el máximo común divisor de  $\overline{3x}$  y  $\overline{6x}$ .

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 2

**Resolución:**

Descomponiendo polinómicamente:

$$* \quad 100(x-1) + 10x + (x+1) = \overline{3} \rightarrow 111x - 99 = \overline{3}$$

Cumple  $\forall x \neq 1$  porque  $(x-1) \neq 0$

$$* \quad 100(x+1) + 10x + (x-1) = \overline{5} \rightarrow 111x + 99 = \overline{5}$$

$$\overline{(5+1)x} + \overline{(5-1)x} = \overline{5} \rightarrow x-1 = \overline{5}$$

Por ser cifra:  $x = 6$

$$\therefore \text{MCD}(36; 66) = 6$$

**Rpta.: D**

**PROBLEMA 21:** Una señora va al mercado con S/. 120 y gasta S/. 65 en víveres; 60% de lo que resta en carne y S/. 15 en fruta. ¿Cuánto dinero le queda?

A) S/. 12

B) S/. 8

C) S/. 15

D) S/. 0

E) S/. 7

**Resolución:**

Veamos la secuencia de compras a través de un cuadro:

| Concepto | Tiene | Gasta         | Le queda |
|----------|-------|---------------|----------|
| Viveres  | 120   | 65            | 55       |
| Carnes   | 55    | 60% (55) = 33 | 22       |
| Frutas   | 22    | 15            | 7        |

∴ Le quedan S/. 7

**Rpta.: E**

**PROBLEMA 22:**

La suma de dos números es 48. Si el producto del máximo común divisor con el mínimo común múltiplo de los números es 540, calcular la razón entre el menor y el mayor.

A)  $\frac{2}{5}$

B)  $\frac{3}{5}$

C)  $\frac{1}{2}$

D)  $\frac{3}{4}$

E)  $\frac{1}{3}$

**Resolución:**

Sean los números: m y n.

Datos:  $m + n = 48$  .....(1)

$MCD(m; n) \times MCM(m; n) = 540$  .....(2)

Por propiedades para dos números sabemos:

$MCD(m; n) \times MCM(m; n) = mn$  .....(3)

Igualando (3) y (2), tenemos:

$mn = 540$  .....(4)

Reemplazando (1) en (4) y operando:

$m(48 - m) = 540 = 30 \times 18 = 30 \times (48 - 30)$

Luego, tenemos:  $m = 30$  y  $n = 18$

Nos piden la relación de menor a mayor ( $n < m$ ).

∴  $\frac{n}{m} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

**Rpta.: B**

**PROBLEMA 23:** El promedio de notas de 30 alumnos en el curso de Historia es de 52. Si 6 de los alumnos tienen un promedio de 40, ¿cuál es el promedio de los restantes?

A) 46

B) 58

C) 48

D) 55

E) 50

**Resolución:**

Sabemos que:  $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{30}}{30} = 52 \quad \dots (1)$

Como:  $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6}{6} = 40$

Entonces:  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 240 \dots (2)$

De (1) y (2):  $\frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_6) + (a_7 + a_8 + \dots + a_{30})}{30} = 52$

$$\frac{240 + a_7 + a_8 + \dots + a_{30}}{30} = 52$$

Operando tenemos:  $240 + a_7 + a_8 + \dots + a_{30} = 1560$

$$a_7 + a_8 + \dots + a_{30} = 1320$$

El promedio de los restantes números, lo llamaremos M, entonces:

$$M = \frac{a_7 + a_8 + \dots + a_{30}}{24}$$

$$\therefore M = \frac{1320}{24} = 55$$

**Rpta.: D**

- |    |                                            |
|----|--------------------------------------------|
| 2  | Tanto por ciento - Mezclas                 |
| 3  | Magnitudes Proporcionales                  |
| 4  | Regla de Interés - Regla de Descuento      |
| 5  | Lógica Proposicional - Teoría de Conjuntos |
| 6  | Relaciones Binarias - Teoría de Numeración |
| 7  | Cuatro Operaciones - Sucesiones y Series   |
| 8  | Teoría de la Divisibilidad                 |
| 9  | Estudio de los divisores $\mathbb{Z}^+$    |
| 10 | MCD - MCM                                  |
| 11 | Potenciación y Radicación                  |
| 12 | Números Racionales                         |
| 13 | Estadística Descriptiva                    |
| 14 | Análisis Combinatorio                      |
| 15 | Teoría de Probabilidades                   |

**Teléfonos: 424 - 6350**

**992 - 796104**



**/ fondoeditorialrodo**

**editorialrodo@gmail.com**

# TEMARIO ARITMÉTICA



Nº

TEMA

1

Razones y Proporciones - Promedios

2

Tanto por ciento - Mezclas